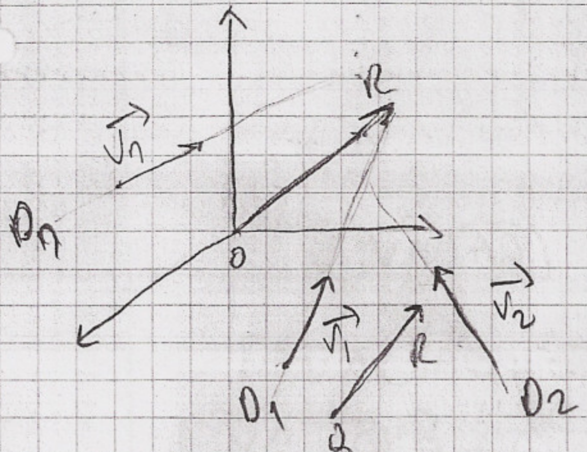
STATİK

(1) Vektör Sistemi (S)



$$\vec{OR} = \sum_{i=1}^{n} \vec{V_i} = \vec{V_1} + \vec{V_2} + \dots + \vec{V_n}$$

$\vec{OR} = \vec{QR}$ (Geometrik Toplam)

$$\vec{M_O}(S) = \sum_{i=1}^{n} (\vec{OA_i} \wedge \vec{V_i}) = \vec{OA_1}\wedge\vec{V_1} + \vec{OA_2}\wedge\vec{V_2} + \dots + \vec{OA_n}\wedge\vec{V_n}$$

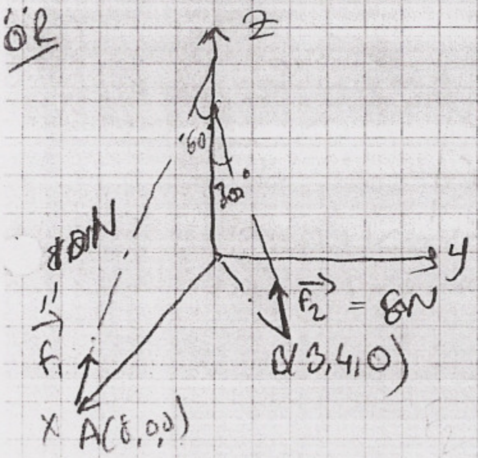
$\vec{M_O}(S)$: Bileşke moment

$$\vec{M_Q}(S) = \sum_{i=1}^{n} (\vec{QA_i} \wedge \vec{V_i}) , \quad \vec{M_O}(S) \neq \vec{M_Q}(S)$$

$\left.\begin{array}{l}\text{Geometrik toplam + Bileşke} \\ \text{moment}\end{array}\right\}$ indirgeme elemanları

- Vektör sistemindeki vektörlerin herhangi bir noktadaki toplamına sistemin o noktadaki geo. toplamı denir. Vektör sistemindeki vektörlerin herhangi bir noktadaki momentlerinin oluşturduğu moment vektörlerinin toplamına da sistemin o noktadaki bileşke momenti denir. Bir vektör sisteminin bir noktadaki geo. toplam ile bileşke moment vektörlerinin ikisine birden sistemin o noktadaki indirgeme elemanları denir. Geometrik toplam cismin ötelenme durumunu bileşke moment ise cismin dönme durumunu vektörel olarak ifade eder.

ÖR



O noktasındaki vektör sisteminin indirgeme elemanlarını bulunuz.

$\vec{M_O}(S) = ?$

$\vec{OR} = ?$

$\vec{F_1} = -|\vec{F_1}|\cdot\cos 30\,\vec{i} + |\vec{F_1}|\cdot\sin 30°\,\vec{k}$

$\vec{F_1} = -10\frac{\sqrt{3}}{2}\vec{i} + 10\cdot\frac{1}{2}\vec{k} = -5\sqrt{3}\,\vec{i} + 5\vec{k}$

$\vec{F_2} = F_{2x}\vec{i} + F_{2y}\vec{j} + F_{2z}\vec{k}$

$F_{2z} = 8\cdot\sin 60° = 4\sqrt{3}$

$F_{2OO} = 8\cdot\cos 60° = 4$

$F_{2xy} = F_{2OO}\cdot\vec{e}_{BO} = 4\cdot\left(\frac{-3\vec{i} - 4\vec{j}}{\sqrt{(9+16)}}\right)$

$F_2 = -\frac{12}{5}\vec{i} - \frac{16}{5}\vec{j} + 4\sqrt{3}\,\vec{k}$

a) $\vec{OR} = \vec{F_1} + \vec{F_2}$

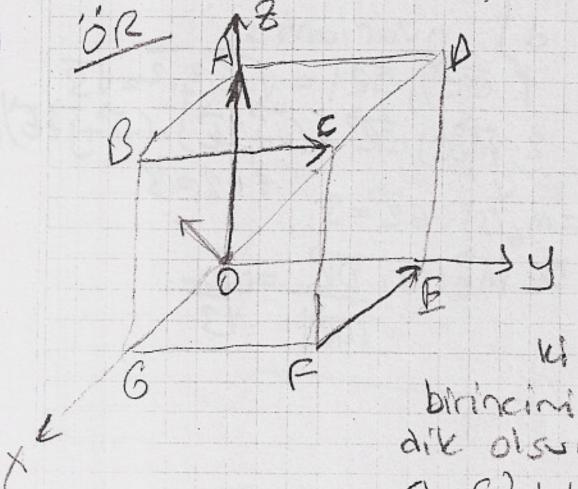
$\vec{OR} = -11{,}06\,\vec{i} - 3{,}2\,\vec{j} + 11{,}92\,\vec{k}$ ✓

$M_O(S) = \vec{OA}\wedge\vec{F_1} + \vec{OB}\wedge\vec{F_2}$

$M_O(S) = (8\vec{i})\wedge(5\sqrt{3}\,\vec{i} + 5\vec{k}) + (3\vec{i} + 4\vec{j})\wedge\left(-\frac{12}{5}\vec{i} - \frac{16}{5}\vec{j} + 4\sqrt{3}\,\vec{k}\right)$

$\boxed{\vec{M_O}(S) = 27{,}7\,\vec{i} - 60{,}76\,\vec{j}}$

(2) ÖR



Kenar uzunluğu bir olan küpün üzerinde $\vec{OA}, \vec{BC}, \vec{FE}$ vektörlerinin teşkil ettiği vektörel sistemde

a) sistemin O noktasındaki ind. elemanı bulunuz

b) sisteme denk öyle iki vektör bulunuz ki (iki vektörden oluşan sisteme denk) birincinin tesir çizgisi O'dan geçsin ve OC doğrusuna dik olsun, ikincinin tesir doğrusu E'den geçsin.

c) G'deki ind. elemanları bulunuz

d) sistemin invariantları = ?

a) $\vec{OR} = \vec{OA} + \vec{BC} + \vec{FE}$

$\vec{OR} = 1\vec{k} + 1\vec{j} - 1\vec{i}$
$= -\vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$

$M_O(S) = \vec{OB} \wedge \vec{BC} + \vec{OF} \wedge \vec{FE}$

$\vec{M_O}(S) = \left[(1\vec{i} + 1\vec{k}) \wedge (1\vec{j})\right] + \left[(1\vec{i} + \vec{j}) \wedge (-1\vec{i})\right]$

$M_O(S) = \vec{k} - \vec{i} + \vec{k} = -\vec{i} + 2\vec{k}$

Tablo:

	$\underbrace{x \quad y \quad z}_{\text{başlangıç koor.}}$			$\underbrace{X \quad Y \quad Z}_{\text{kuvvetin eksen bileşenleri}}$			L M_{Ox}	M M_{Oy}	N M_{Oz}
$\vec{OA}$	0	0	0	0	0	1	0	0	0
$\vec{BC}$	1	0	1	0	1	0	-1	0	1
$\vec{FE}$	-1	1	0	-1	0	0	0	0	1
Σ				-1	1	1	-1	0	2

} kuvvetlerin momentlerinin bileşenleri

→ y'de 0

→ xy'de diye z'de var.

$\vec{OR} = -\vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$ $\vec{M_O}(s) = -\vec{i} + 2\vec{k}$

$m_O(\vec{BC}) = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{vmatrix}$

b) $S_1 \equiv S_2$

$S_1 = \{\vec{OA}, \vec{BC}, \vec{FE}\}$

$S_2 = \{\vec{V_1}, \vec{V_2}\}$

$\vec{OR_1} = \vec{OR_2}$

$\vec{M_O}(S_1) = \vec{M_O}(S_2)$

$\vec{V_1} = X_1\vec{i} + Y_1\vec{j} + Z_1\vec{k}$

$\vec{V_2} = X_2\vec{i} + Y_2\vec{j} + Z_2\vec{k}$

• $\vec{V_1} \cdot \vec{OC} = 0$ (diklik şartı)

$(X_1\vec{i} + Y_1\vec{j} + Z_1\vec{k}) \cdot (1\vec{i} + 1\vec{j} + 1\vec{k}) = 0$

$X_1 + Y_1 + Z_1 = 0$

$\vec{M_O}(S_1) = \vec{M_O}(S_2) = \underbrace{\vec{m_O}(\vec{V_1})}_{} + M_O(\vec{V_2})$

$\vec{OE} \wedge \vec{V_2} = \vec{0} - \vec{i} + 2\vec{k}$

$(1\vec{j}) \wedge (X_2\vec{i} + Y_2\vec{j} + Z_2\vec{k})$

$-\vec{i} + 2\vec{k} = Z_2\vec{i} - X_2\vec{k}$

$Z_2 = -1$, $X_2 = 2$

• $\vec{OR_1} = \vec{OR_2} = \vec{V_1} + \vec{V_2}$

$-\vec{i} + \vec{j} + \vec{k} = (X_1 - 2)\vec{i} + (Y_1 + Y_2)\vec{j} + (Z_1 - 1)\vec{k}$

$X_1 = 1$, $Y_1 + Y_2 = 1$ ($Y_1 = -3$, $Y_2 = 4$), $Z_1 = 2$

$\vec{V_1} = 1\vec{i} - 3\vec{j} + 2\vec{k}$

$\vec{V_2} = -2\vec{i} + 4\vec{j} - 1\vec{k}$

CUMA (3)

c) $G(1,0,0)$

$\overrightarrow{GR} = \overrightarrow{OR} = -\vec{i}+\vec{j}+\vec{k}$

$\overrightarrow{M_G}(s) = \overrightarrow{M_O}(s) + (\overrightarrow{GO} \wedge \overrightarrow{OR})$ geçiş teo

$\overrightarrow{M_G}(s) = (-\vec{i}+2\vec{k}) + (-\vec{i}) \wedge (-\vec{i}+\vec{j}+\vec{k})$

$\overrightarrow{M_G}(s) = -\vec{i}+\vec{j}+\vec{k}$

Bakt

d) invariant:

1. $\overrightarrow{OR}, |\overrightarrow{OR}| = \sqrt{1^2+1^2+1^2} = \sqrt{3}$
2. $\overrightarrow{M_O}(s) \cdot \overrightarrow{OR} = (-\vec{i}+2\vec{k}) \cdot (-\vec{i}+\vec{j}+\vec{k})$ $1+2=3$

$= \overrightarrow{M_G}(s) \cdot \overrightarrow{GR} = 3$

3. $\overrightarrow{M_O}(s) \cdot \dfrac{\overrightarrow{OR}}{|\overrightarrow{OR}|} = \dfrac{3}{\sqrt{3}}$

Dejenere vektör sistemi:

$\overrightarrow{M_O}(s) \cdot \overrightarrow{OR} = 0 \rightarrow$ Dejenere sistem

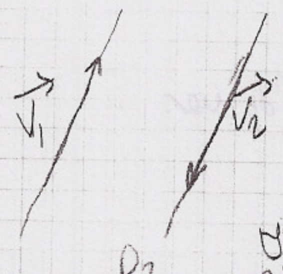
1. $\overrightarrow{OR}=0$, $\overrightarrow{M_O}(s) \neq 0 \rightarrow$ Vektör çifti (Kupl) eşdeğer vekt. sis.
2. $\overrightarrow{OR} \neq 0$, $\overrightarrow{M_O}(s) = 0 \rightarrow$ Bileşkeye eşd. vekt. sist.
3. $\overrightarrow{OR} \neq 0$, $\overrightarrow{M_O}(s) \neq 0$, $\overrightarrow{OR} \perp \overrightarrow{M_O}(s)$ 〃 〃
4. $\overrightarrow{OR} = 0$, $\overrightarrow{M_O}(s) = 0$ Sıfıra eşdeğer vekt. sis.

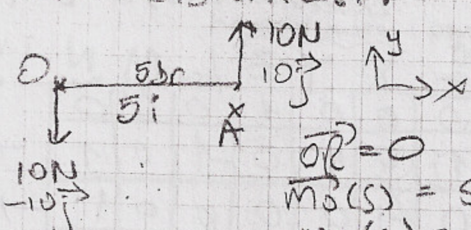
1. (Kupl) Vektör çiftine Eşdeğer Vektör sistemleri:

$\overrightarrow{OR} = 0$, $\overrightarrow{M_O}(s) \neq 0$ $D_1 // D_2$

$|\vec{V_1}| = |\vec{V_2}|$

$\vec{V_1} = -\vec{V_2}$





$\overrightarrow{OR} = 0$

$\overrightarrow{M_O}(s) = 50\vec{k}$

$\overrightarrow{M_A}(s) = 50\vec{k}$

D_1, D_2 tesir doğruları paralel, şiddetleri aynı fakat yönleri zıt $\vec{V_1}, \vec{V_2}$ vektörleri bir vektör çifti oluştururlar. Vektör çiftleri bulundukları düzlemi ö telemeye yapmaya değil, dönme hareketi yapmaya veya dönmesini durdurmaya zorlarlar. Bileşke moment vektörü bu düzleme diktir. Herhangi bir noktaya uygulanabilir.

4 → mal
3 → din
2 → TUR

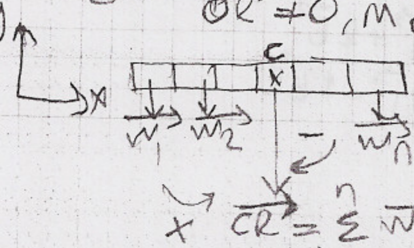
4. Sıfıra Esd. Vekt. Sist:

$\overrightarrow{OR} = 0$, $\overrightarrow{M_O}(s) = 0$ (Statiğin temel Prensibi)

2-3- Bileşkeye Esd. Vektör sist:

$\overrightarrow{OR} \neq 0$, $\overrightarrow{M_O}(s) = 0$

veya $\overrightarrow{OR} \neq 0$, $\overrightarrow{M_O}(s) \neq 0$, $\overrightarrow{OR} \perp \overrightarrow{M_O}(s)$



$S\{\vec{w_1}, \vec{w_2}, \dots \vec{w_n}\}$

$\left.\begin{array}{l} \overrightarrow{CR} = \sum_{i=1}^{n} \vec{w_n} \neq 0 \\ \overrightarrow{M_C}(s) = 0 \end{array}\right\}$ $\vec{R}$: bileske

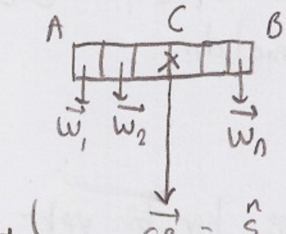
(4)

2.3 - Bileşkeye Eşdeğer Vektör Sistemleri :

$\vec{OR} \neq 0$, $\vec{M}_O(S) = 0$

veya

$\vec{OR} \neq 0$, $\vec{M}_O(S) \neq 0$, $\vec{OR} \perp \vec{M}_O(S)$

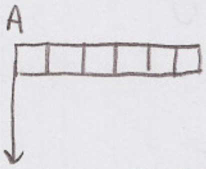


$S\{\vec{w}_1, \vec{w}_2 \dots, \vec{w}_n\}$

ortadan bağlarsak ötelenmeyle geometrik toplam dengelenir.

$+\circlearrowright$ $\vec{CR} = \sum_{i=1}^{n} \vec{w}_n \neq 0$ $\qquad \vec{M}_C(S) = 0$ (C'de moment sıfır)

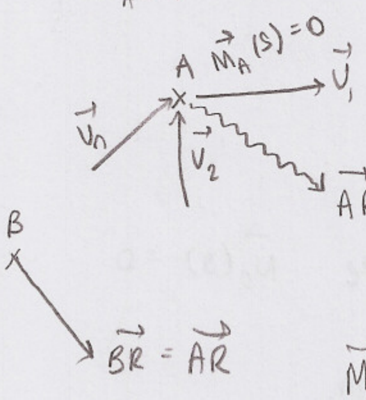
$$\left.\begin{aligned} \vec{CR} &= \sum_{i=1}^{n} \vec{w}_n \neq 0 \\ \vec{M}_c(S) &= 0 \end{aligned}\right\} \vec{R} = \text{Bileşke}$$



Moment vektörü yine geometrik toplama dik olur. (Her noktada)

$\sum_{i=1}^{n} \vec{w}_n = \vec{AR} = \vec{CR}$

$\vec{M}_A(S) \perp \vec{AR}$



$\vec{AR} = \sum_{i=1}^{n} \vec{V}_i$ = Geometrik toplam

$\vec{AR} = \vec{R}$ = Bileşke

$\vec{M}_B(S)$ (sistem) $= \vec{BA} \wedge \vec{V}_1 + \vec{BA} \wedge \vec{V}_2 + \dots \neq 0$

$\vec{M}_B(S) = \vec{BA} \wedge (\sum_{i=1}^{n} \vec{V}_i)$

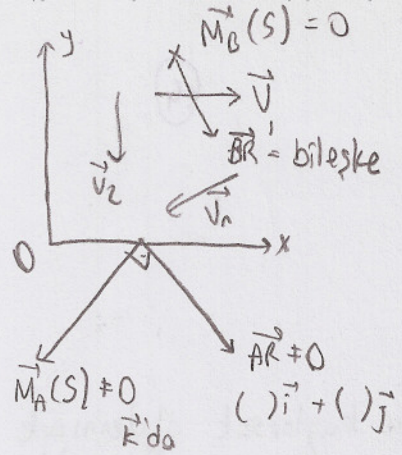
$= \vec{BA} \wedge \vec{AR} \Rightarrow \vec{M}_B(S) = \vec{BA} \wedge \vec{R}$

($\vec{BA} \neq 0$ olduğundan)

$\underbrace{\left[\vec{M}_B(S) = \vec{BA} \wedge \vec{R} + \vec{M}_A(S)\right]}_{\text{Varignon teoremi (Sadece bileşke eşd vek. sist. de)}} \rightarrow$ Geçiş teoremi

Bileşke geometrik toplamın alt kümesi

Her bileşke geometrik toplam.

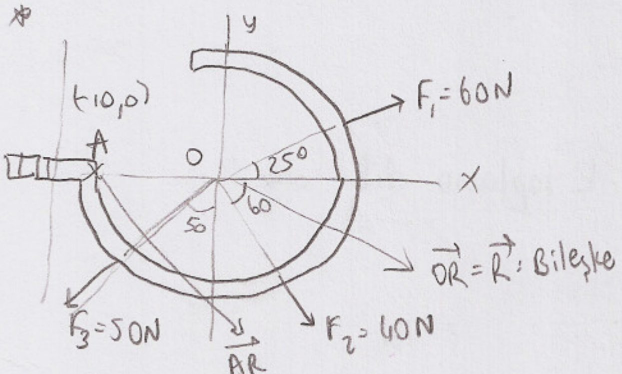


Bir vektör sistemi bir noktada sdce geometrik toplam ile ifade edilebiliyorsa sisten o noktada bileşke veriyor deriz. Aynı sisten diğer noktalarda incelendiğinde birb. dik 2 indirgeme elemanına sahiptir. Bileş. sistemi tek başına ifade eder. Geometrik toplamla karıştırılmamalıdır.

Varignon Teoremi:

Bir bileşkesi olan vektör sisteminin herhangi bir noktaya göre her bir vektörünün momentlerinin top., sist. bileşkesinin o noktaya " momentidir. Aynı teoremi bir eksene göre de söyleyebiliriz. Bileşke vermeyen sist. de bu teorem geometrik toplam için söylenmez.

*



Kancadaki kuvvetleri, orijine indirgeyiniz. Sistem neye eşdeğerdir, belirleyiniz.

$S\{\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3\}$

$\vec{F}_1 = 60 \cdot \cos 25\,\vec{i} + 60 \cdot \sin 25\,\vec{j} = 54,37\,\vec{i} + 25,35\,\vec{j}$

$\vec{F}_2 = 40 \cdot \cos 60\,\vec{i} - 40 \sin 60\,\vec{j} = 20\,\vec{i} - 34,64\,\vec{j}$

$\vec{F}_3 = -50 \cdot \sin 50\, i - 50 \cdot \cos 50\,\vec{j} = -38,3\,\vec{i} - 32,13\,\vec{j}$

$\vec{OR} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = 36,07\,\vec{i} - 41,42\,\vec{j} \qquad \vec{M}_O(S) = 0$

$\left.\begin{array}{l}\vec{OR} \neq 0 \\ \vec{M}_O(S) = 0\end{array}\right\}$ Bileşkeye eşdeğer vektör sist. $\quad \vec{OR} = \vec{R}$ = Bileşke $\quad \vec{M}_O(S) = 0$

b) A noktasındaki indirgeme elemanlarını bulunuz. OA = 10 cm.

$\vec{OR} = 36,07\,\vec{i} - 41,42\,\vec{j}$

$\vec{M}_A(S) = \vec{AO} \wedge \vec{F}_1 + \vec{AO} \wedge \vec{F}_2 + \vec{AO} \wedge \vec{F}_3$

$= \vec{AO} \wedge \vec{R}$ (Varignon teoremi) $\qquad 10\vec{i} \wedge (36,07\vec{i} - 41,42\vec{j})$

$= 10\,\vec{i} \wedge (36,07\,\vec{i} - 41,42\,\vec{j})$

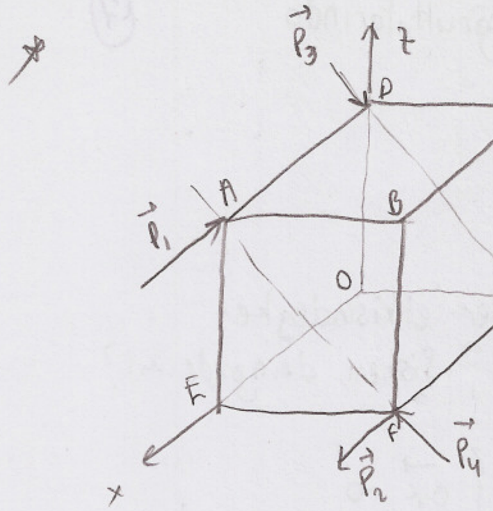
$\vec{M}_A(S) = -414,2\,\vec{k} \qquad -414,2\,\vec{k}$

// $\vec{AR} \neq 0$

$\vec{M}_A(S) \neq 0$

$\vec{AR} \perp \vec{M}_A(S)$

(6)



$\vec{P_1} \parallel ox$

$\vec{P_2} \parallel ox$

$\vec{P_3} \parallel \vec{P_4}$

5 N'luk $\vec{P_1}, \vec{P_2}, \vec{P_3}, \vec{P_4}$ kuvvetleri şekildeki gibi $6\times6\times6$ br'lik küpe etki etmektedir. Bu durumda sistemin

a) O noktasındaki indirgeme el?

b) B " " elemanları?

c) Sistem dejeneremidir? Hangi kuvvet sistemine eşdeğer?

vektör çiftlerinin sist. eşit. ←

$\vec{P_1} = 5\vec{i}$

$\vec{P_2} = 5\vec{i}$

$\vec{P_3} = |\vec{P_3}| \cdot \vec{e}_{OG}$ $\qquad \vec{P_3} = 5 \cdot \dfrac{(6\vec{j} - 6\vec{k})}{6\sqrt{2}}$

$\vec{P_4} = |\vec{P_4}| \cdot \vec{e}_{FA}$ $\qquad \vec{P_4} = 5 \cdot \dfrac{(-6\vec{j} + 6\vec{k})}{6\sqrt{2}}$

vektörel — momente etki ederler

	x	y	z	X	Y	Z	L	M	N
P_1	6	0	6	-5	0	0	0	-30	0
P_2	6	6	0	5	0	0	0	0	-30
P_3	0	0	6	0	$5/\sqrt{2}$	$-5/\sqrt{2}$	$-15\sqrt{2}$	0	0
P_4	6	6	0	0	$-5/\sqrt{2}$	$\frac{5}{\sqrt{2}}$	$15\sqrt{2}$	$-15\sqrt{2}$	$-15\sqrt{2}$
Σ				0	0	0	0	$-30-15\sqrt{2}$	$-30-15\sqrt{2}$

$\vec{i}\,\vec{j}\,\vec{k}$'lar $\qquad$ momentlerin $\vec{i}\,\vec{j}\,\vec{k}$'sı

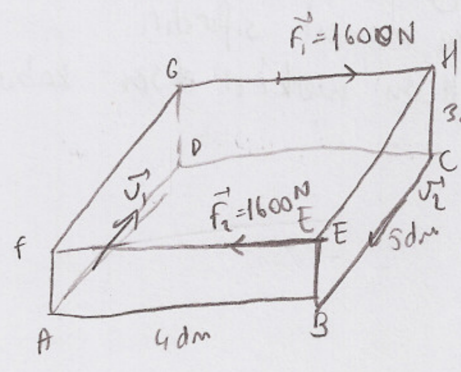
$\Rightarrow \vec{OR} = 0$ $\qquad \vec{M_O}(S) = -\left(30 + \dfrac{30}{\sqrt{2}}\right)\vec{j} - \left(30 + \dfrac{30}{\sqrt{2}}\right)\vec{k}$

Kuple eşdeğer vektör sist.

b) $\vec{BR} = \vec{OR} = 0$

$\vec{M_B}(S) = \vec{M_O}(S) + \underbrace{\vec{BO} \wedge \vec{OR}}_{0}$

$\vec{M_B}(S) = -\left(30 + \dfrac{30}{\sqrt{2}}\right)\vec{j} - \left(30 + \dfrac{30}{\sqrt{2}}\right)\vec{k}$



$S_1 \{\vec{F_1}, \vec{F_2}\}$

$S_2 \{\vec{V_1}, \vec{V_2}\}$

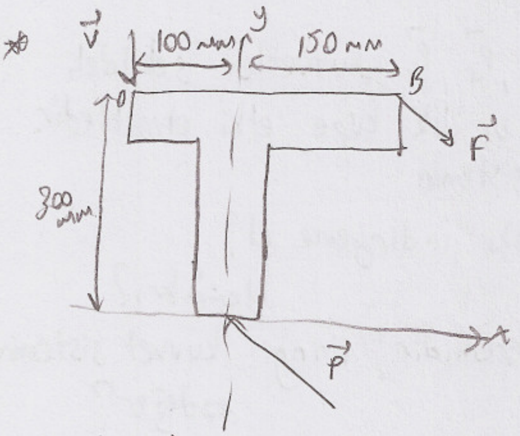
$S_1 \equiv S_2$

$F_1\ F_2$ ↻ döner

$V_1\ V_2$ ↻ döner

Şekildeki kuvvet çifti yerine, ona eşdeğer AB − CD doğrultularında etki eden yeni bir kuvvet çifti oluşturunuz.

$|\vec{V_1}| = |\vec{V_2}|$ $\quad 1600 \cdot 5 = 8000/4 = 2000\ N = V_1$



Şekildeki cisim kuvvetler etkisindeyken orijindeki indirgene el? Sistem dengede mi?

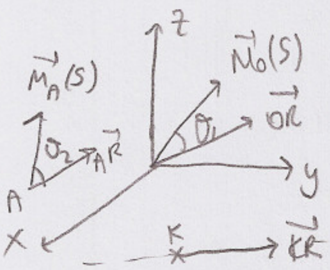
$$\left.\begin{aligned} \vec{V} &= -480\vec{j} \\ \vec{P} &= -100\vec{i} + 600\vec{j} \\ \vec{F} &= 100\vec{i} - 120\vec{j} \end{aligned}\right\} \vec{OR} = 0$$

$$\vec{M}_0(S) = \vec{OB} \wedge \vec{F} + \vec{OA} \wedge \vec{V}$$

$$\vec{M}_0(S) = \left[(150\vec{i} + 300\vec{j}) \wedge (100\vec{i} - 120\vec{j})\right] + \left[(-100\vec{i} + 300\vec{j}) \wedge (-480\vec{j})\right]$$

$$= -18000\vec{k} - 30000\vec{k} + 48000\vec{k} = 0$$

Dengededir.
Sıfıra eşd. vektör sistemi.



Merkezi Eksen (Vida Ekseni)

$\theta_1 \neq \theta_2$

$\vec{OR} \parallel \vec{AR} \parallel \vec{KR} \parallel \vec{M_K}(S)$

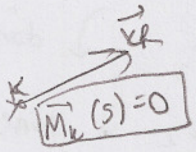
$$\boxed{\vec{M_K}(S) \wedge \vec{KR} = 0}$$

— Δ = Merkezi eksen

Uzayda öyle bir K noktası bulunabilir ki bu noktada vektör sisteminin indirgene elemanları aynı doğru üzerindedir. Bu doğruya " " merkezi ekseni denir.

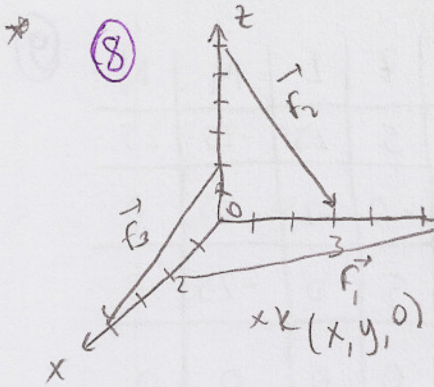
Özel durum = Bileşkeye eşdeğer vektör sist.

Sadece geom. toplamın olduğu doğru merkezi eksen gibi düşünülür.



Eğer sist. bir bileşkeye eşdeğer ise bileşkenin üzerinde olduğu tesir doğrusunda bileşke moment sıfırdır.
Bu nedenle bileşkenin doğrultusu merkezi eksen kabul edilebilinir.

(8)



sistin O'daki indirgeme elemanlarını ve merkezi ekseninin xoy düzlemini kestiği K'yı bulun?

$F_1 = -2\vec{i} + 6\vec{j}$

$F_2 = -3\vec{j} + 6\vec{k}$

$\vec{F_3} = 4\vec{i} - 2\vec{k}$

	x	y	z	X	Y	Z	L	M	N
F_1	2	0	0	-2	6	0	0	0	12
F_2	0	3	0	0	-3	6	18	0	0
F_3	0	0	2	4	0	-2	0	8	0
				2	3	4	18	8	12

$\vec{OR} = 2\vec{i} + 3\vec{j} + 4\vec{k}$ $\quad \vec{M_0}(S) = 18\vec{i} + 8\vec{j} + 12\vec{k}$

$\vec{OR} \cdot \vec{M_0}(S) = 108 \neq 0$ sist deg. degil

$\vec{KR} = \vec{OR}$

ko aldık diye niye ?

$\vec{M_K}(S) = \vec{M_0}(S) + \vec{KO} \wedge \vec{OR}$

$= 18\vec{i} + 8\vec{j} + 12\vec{k} + \left((-x\vec{i} - y\vec{j}) \wedge (2\vec{i} + 3\vec{j} + 4\vec{k})\right)$

$\vec{M_K}(S) = 18\vec{i} + 8\vec{j} + 12\vec{k} - 4y\vec{i} - 3x\vec{k} + 2y\vec{k} + 4x\vec{j}$

$\vec{M_K}(S) = (18-4y)\vec{i} + (8+4x)\vec{j} + (12-3x+2y)\vec{k}$

$\boxed{\vec{M_K}(S) \wedge \vec{KR} = 0}$

$$\begin{vmatrix} i & j & k \\ 18-4y & 8+4x & 12-3x+2y \\ 2 & 3 & 4 \end{vmatrix} = 0$$

$\underbrace{(25x-6y-4)}_{0}\vec{i} + \underbrace{(20y-6x-48)}_{0}\vec{j} + \underbrace{(12y+8x-38)}_{0}\vec{k} = 0$

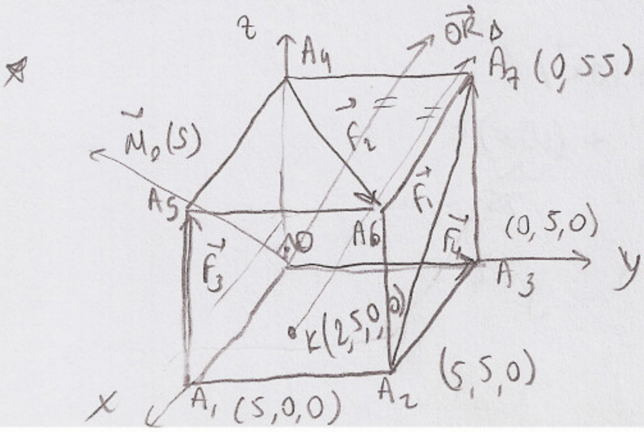
$y \cong 2{,}8 \quad x \cong 0{,}54$

$K(0{,}54;\ 2{,}8;\ 0)$

29 Nisan C.tesi 15^{00} A 305 - 307

27 Mayıs Ctesi 15^{00} " "

Mazeret 2 Haz. Cuma 15^{00} A 405



5x5x5'lik bir küpe $\vec{F_1}, \vec{F_2}, \vec{F_3}, \vec{F_4}$ etki ediyor. Bu kuvvet sisteminin orjindeki indirgeme elemanlarını, sistemin invariantlarını bulunuz. Dejenerelik şartını inceleyiniz. Merkezi ekseni bir bileşkeye eşdeğer ise tesir doğrusunu belirleyin.

9

$\vec{F_1} = \overrightarrow{A_2A_7} = -5\vec{i} + 5\vec{k}$

$\vec{F_2} = \overrightarrow{A_4A_6} = 5\vec{i} + 5\vec{j}$

$\vec{F_3} = \overrightarrow{A_1A_5} = 5\vec{k}$

$\vec{F_4} = \overrightarrow{OA_3} = 5\vec{j}$

Başl. koor.

	x	y	z	X	Y	Z	L	M	N
$\vec{F_1}$	5	0	0	-5	0	5	25	-25	25
$\vec{F_2}$	0	0	5	5	5	0	-25	25	0
$\vec{F_3}$	5	0	0	0	0	5	0	-25	0
$\vec{F_4}$	0	0	0	0	5	0	0	0	0
				0	10	10	0	-25	25

$\vec{OR} = 10\vec{j} + 10\vec{k}$ $\qquad \vec{M_0}(S) = -25\vec{j} + 25\vec{k}$

$y = z$ $\qquad -y = z$ doğrularını verirler.

Geometrik top.
indirgene el. skaler çarpımı 2/1 } invariantlar

1) $\vec{OR}$, $|\vec{OR}| = 10\sqrt{2}$

2) $\vec{OR} \cdot \vec{M_0}(S) = -250 + 250 = 0 \Rightarrow$ sistem dejenere

3) $\frac{2.}{1.} = \frac{0}{10\sqrt{2}} = \frac{\vec{OR}}{OR} \cdot \vec{M_0}(S) = 0$

$\vec{OR} \neq 0$, $\vec{M_0}(S) \neq 0$, $\vec{OR} \perp \vec{M_0}(S)$ Bileşkeye eşdeğer vektör sist.

$K.(x,y,z)$ Bileşke ve geometrik toplam doğrultusu aynı → bileşke geometrik toplama paralel

Ama bileşke orijinde değil.

Bileşkenin tesir doğrusunu bulurken $\underline{1.\ yol}$

$\vec{M_K}(S) = \vec{M_0}(S) + \vec{KO} \wedge \vec{OR}$ $\qquad \vec{M_K}(S) = 0$

$\vec{KO}$ dedik diye (−)'li

$0 = (-25\vec{j} + 25\vec{k}) + [(-x\vec{i} - y\vec{j} - z\vec{k}) \wedge (10\vec{j} + 10\vec{k})]$ $\qquad -(\vec{KO} \wedge \vec{OR}) = \vec{M_0}(S)$

$0 = -25\vec{j} + 25\vec{k} - 10y\vec{i} - 10x\vec{k} + 10z\vec{i} + 10x\vec{j}$ $\qquad \vec{M_K}(S) = 0$

$0 = \underbrace{(10z - 10y)}_{0}\vec{i} + \underbrace{(10x - 25)}_{0}\vec{j} + \underbrace{(25 - 10x)}_{0}\vec{k}$

$x = 2{,}5$ $\quad y = 0$ $\quad z = 0$
$\qquad\quad y = 1$ $\quad z = 1$ ... $\qquad y = z$

$\underline{2.\ yol}$

Cuvvetlerin momenti = Bileşkenin tek başına momenti (Varignon teoremi)

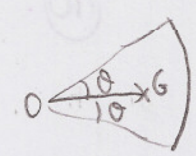
$\vec{M_0}(S) = \vec{OK} \wedge \vec{R}$

$-25\vec{j} + 25\vec{k} = (x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}) \wedge (10\vec{j} + 10\vec{k})$

$-25\vec{j} + 25\vec{k} = (10y - 10z)\vec{i} + \underbrace{(-10x)}_{25}\vec{j} + \underbrace{(10x)}_{25}\vec{k}$

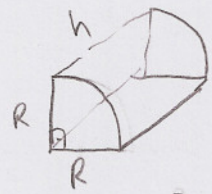
$x = 2{,}5$ $\qquad y = z$

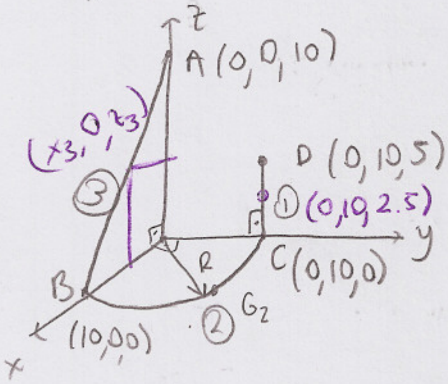
Çember yayı



$$|OG| = R \cdot \frac{\sin\theta}{\theta}$$

daire dilimi de





$\overline{AB} = 10$ kg
$\widehat{BC} = 20$ kg.
$\overline{CD} = 8$ kg.

Şekildeki telin ağırlık merkezinin koordinatlarını bulunuz.

$$x_G = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i x_i}{\sum_{i=1}^{n} m_i}$$

$$y_G = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i y_i}{\sum_{i=1}^{n} m_i}$$

$$z_G = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i z_i}{\sum_{i=1}^{n} m_i}$$

	x_i	y_i	z_i	M_i	$m_i x_i$	$m_i y_i$	$m_i z_i$
1	0	10	2,5	8	0	80	20
2	$\frac{20}{\pi}$	$\frac{20}{\pi}$	0	20	127,32	127,32	0
3	5	0	5	10	50	0	50
Σ				38	177,32	207,32	70

$$|OG_2| = R \cdot \frac{\sin 45}{\pi/4} = \frac{20\sqrt{2}}{\pi}$$

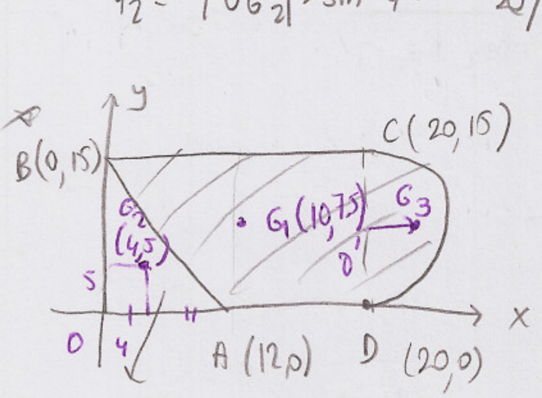
$$x_2 = |OG_2| \cdot \cos 45 = 20/\pi$$

$$y_2 = |OG_2| \cdot \sin 45 = 20/\pi$$

$$x_G = \frac{177,32}{38} = 4,67$$

$$y_G = \frac{207,32}{38} = 5,46$$

$$z_G = \frac{70}{38} = 1,84$$

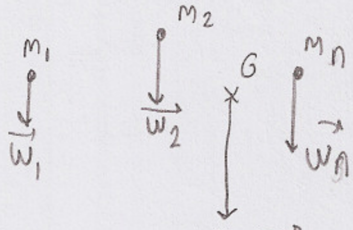


Çıkardık

Taralı şeklin ağırlık merkezini hesaplayın.

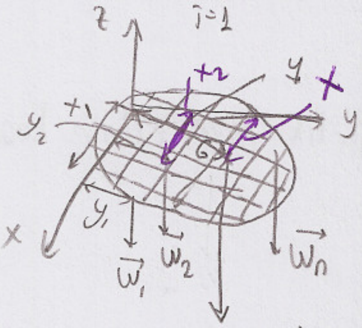
(10)

- Bağlı Paralel Kuvvetler -
- Ağırlık Merkezi



$\{\vec{w}_1, \vec{w}_2, \vec{w}_3 \dots \vec{w}_n\}$

$\sum_{i=1}^{n} \vec{w}_i = \vec{R} =$ Bileşke



$\vec{GR} = \vec{R} =$ Bileşke $\quad \sum_{i=1}^{n} \vec{w}_i \neq 0 \quad \vec{M}_G(S) = 0$

$M_{ox}(S) = \sum_{i=1}^{n} y_i w_i$

$= y \cdot \underbrace{\sum_{i=1}^{n} w_i}_{\vec{w}}$ Varignon teoremi

$$\boxed{y = \frac{\sum_{i=1}^{n} y_i w_i}{\sum_{i=1}^{n} w_i}}$$

$M_{oy}(S) = \sum_{i=1}^{n} x_i w_i = x \cdot \sum_{i=1}^{n} w_i$

$$\boxed{x = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i w_i}{\sum_{i=1}^{n} w_i}}$$

$$\boxed{z = \frac{\sum_{i=1}^{n} z_i w_i}{\sum_{i=1}^{n} w_i}}$$

$G(x, y, z)$

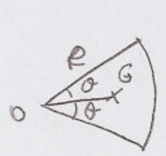
$G(x_G, y_G, z_G) \qquad G(\xi, \psi, \zeta)$

Kütle merkezi = $w = mg$

$x = \dfrac{\sum_{i=1}^{n} x_i m_i}{\sum_{i=1}^{n} m_i}$, y, z statik moment

$x = \dfrac{m_1 x_1 + m_2 x_2 + \dots}{m_1 + m_2 + \dots}$

$x = \dfrac{\int x\,dm}{\int dm} \qquad y = \dfrac{\int y\,dm}{\int dm} \qquad z = \dfrac{\int z\,dm}{\int dm}$



daire dilimi $\quad |OG| = \dfrac{2}{3} R \dfrac{\sin\theta}{\theta}$ — radyan olarak

12

	x_i	y_i	m_i	$m_i x_i$	$m_i y_i$
1	10	7,5	$3000\,\rho$	$3000\,\rho$	$2250\,\rho$
2	4	5	$-90\,\rho$	$-360\,\rho$	$-450\,\rho$
3	23,18	7,5	$88,35\,\rho$	2047,9	$662,6\,\rho$
Σ	//	//	$298,35\,\rho$	4687,9	$2462,6\,\rho$

$m_1 = A_1 \cdot \rho$

$m^2 \quad \frac{kg}{m^2}$

$m_1 = 20 \cdot 15 \cdot \rho$

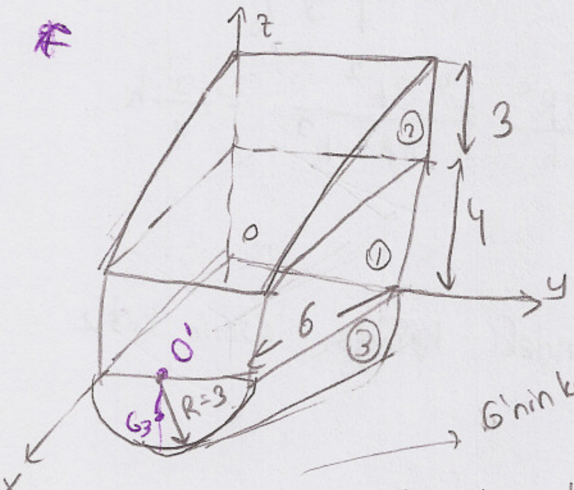
$m_2 = \frac{12 \cdot 15}{2} \cdot \rho$

$\xi = \frac{4687,9\,\rho}{298,35\,\rho} = 15,71$ br

$|O'G_3| = \frac{4R}{3\pi}$

$x_3 = |OD| + |O'G_3| = 20 + \frac{4 \cdot 7,5}{3\pi}$

$\eta = \frac{2462,6\,\rho}{298,35\,\rho} = 8,25$ br



Şekildeki içi dolu hom. cismin ağ. merkezinin koordinatları?

G'nin koordinatları

	x_i	y_i	z_i	m_i	$m_i x_i$	$m_i y_i$	$m_i z_i$
	3	3	2	$144\,\rho$	$432\,\rho$	$432\,\rho$	$288\,\rho$
	2	3	5	$54\,\rho$	$108\,\rho$	$162\,\rho$	$270\,\rho$
	3	3	$-\frac{4}{\pi}$	$27\pi\,\rho$	$255\,\rho$	$255\,\rho$	$-107,95\,\rho$
Σ	/	/	/	$283\,\rho$	$795\,\rho$	$849\,\rho$	$450,05\,\rho$

$m_1 = V_1 \cdot \rho$

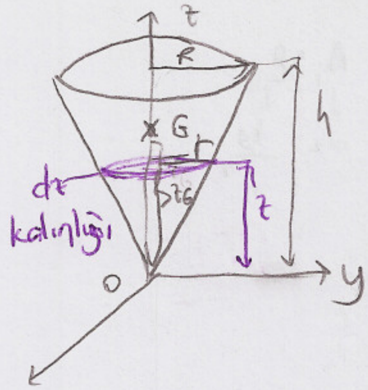
$m^3 \cdot \frac{kg}{m^3}$

$|O'G_3| = \frac{2}{3} \cdot R \cdot \frac{\sin\theta}{\theta}$

$z_3 = |O'G_3| = -\frac{2}{3} \cdot 3 \cdot \frac{\sin 90}{\pi/2}$

$\xi = 3,81 \qquad \eta = 3 \qquad \zeta = 1,59$

13



R yarıçaplı, h yükseklikli, içi dolu koninin G'sinin orijinden uzaklığını integralle bulun.

$$z_G = \bar{z} = \frac{\int z\,dV}{\int dV} \qquad \frac{r}{R} = \frac{z}{h}$$

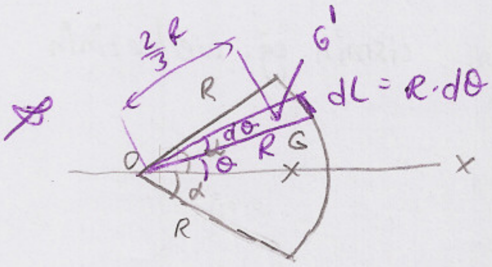
dV = Elemanter parçanın hacmi $\qquad r = \frac{R \cdot z}{h}$

$$dV = \pi r^2 dz$$

$$dV = \frac{\pi R^2 z^2}{h^2} \cdot dz$$

$$z_G = \frac{\int z\,dV}{\int dV} = \frac{\int z \cdot \frac{\pi R^2 z^2}{h^2}\,dz}{\int \pi \frac{R^2 z^2}{h^2}\,dz} = \frac{\frac{\pi R^2}{h^2}\left|\frac{z^4}{4}\right|_0^h}{\frac{\pi R^2}{h^2}\left|\frac{z^3}{3}\right|_0^h}$$

$$= \frac{\pi R^2}{h^2} \cdot \frac{h^4 \cdot 3h^2}{4\, \pi R^2 \cdot h^3} = \frac{3}{4} h$$



$$|OG| = \frac{\int x\,dm}{\int dm} = \bar{x}$$

R yarıçaplı 2α tepe açılı, daire dilimi şeklindeki homojen cismin kütle merkezinin koordinatlarını bulunuz.

dm = Elemanter parça = üçgen dilimi

$dm = \varrho \cdot dA$

$$dA = \frac{R \cdot dL}{2} \qquad dm = \varrho \cdot \frac{1}{2} R \cdot R \cdot d\theta$$

$$dm = \frac{1}{2} R^2 \varrho \cdot d\theta$$

$$|OG'| = \frac{2}{3} R$$

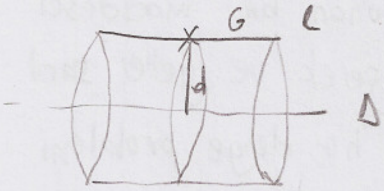
$$x = |OG'|_x = |OG'| \cdot \cos\theta = \frac{2}{3} R \cdot \cos\theta$$

$$\bar{x} = \frac{\int_{-\alpha}^{+\alpha} \frac{2}{3} R \cdot \cos\theta \cdot \varrho \cdot \frac{1}{2} R^2 d\theta}{\int_{-\alpha}^{+\alpha} \varrho \frac{1}{2} R^2 d\theta} = \frac{\frac{1}{3} \varrho R^3 \int_{-\alpha}^{+\alpha} \cos\theta\, d\theta}{\frac{1}{2} \varrho R^2 \int_{-\alpha}^{+\alpha} d\theta}$$

$$= \frac{\frac{1}{3} \varrho R^3 \left(\sin\alpha - (-\sin\alpha)\right)}{\frac{1}{2} \cdot \varrho R^2 \left(\alpha - (-\alpha)\right)} = \frac{2}{3} R \cdot \frac{\sin\alpha}{\alpha}$$

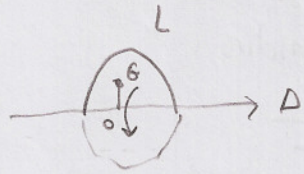
Pappus-Guldin Teoremi:

1) Düzlemsel bir eğrinin kendi düzlemi içinde bulunan ve kendini kesmeyen bir eksen etrafında döndürülmesiyle meydana gelen yüzeyin alanı, eğrinin uzunluğu ile eğri merkezinin bu dönmede çizdiği yörüngenin (çember veya ç. yayı) uzunluğu çarpımına eşittir.



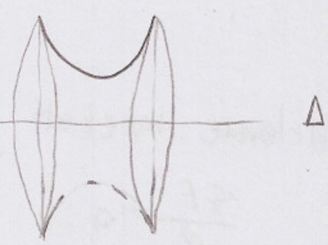
$$\text{Alan} = L \times 2\pi d$$

$$\text{Alan} = 2\pi r h \qquad d = r \qquad L = h$$



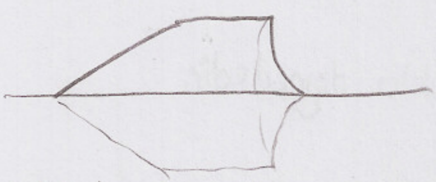
$$\text{Alan} = \overset{\pi R}{L} \times 2\pi \cdot |OG| \quad \frac{2R}{\pi}$$

$$= 4\pi R^2$$

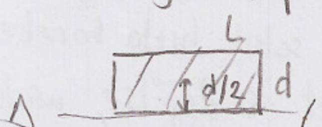


$$|OG| = R \cdot \frac{\sin\theta}{\theta} = R \cdot \frac{1}{\frac{\pi}{2}} = \frac{2R}{\pi}$$

Alan = Tel uz. × Ağ. merkezi çemberi



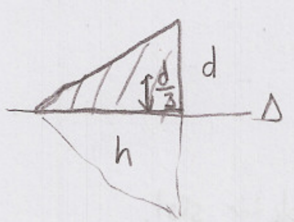
2) Düzlemsel bir yüzey parçasının kendi düzlemi içinde bulunan ve kendini kesmeyen bir eksen etrafında döndürülmesiyle meydana gelen dönel cismin hacmi, yüzey parçasının alanı ile yüzey parçası ağırlık merkezinin bu dönmede çizdiği (çember veya çember yayı) yörüngenin uzunluğu çarpımına eşittir.



$$\text{Hacim} = L \times d \times 2\pi \frac{d}{2}$$

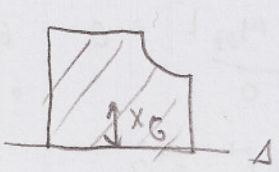
$$V = \pi d^2 \cdot L$$

$$\left.\begin{array}{l} d = r \\ L = h \end{array}\right\} V = \pi r^2 h$$

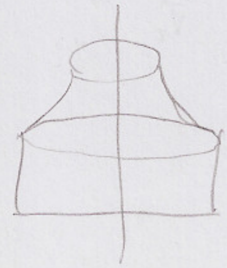


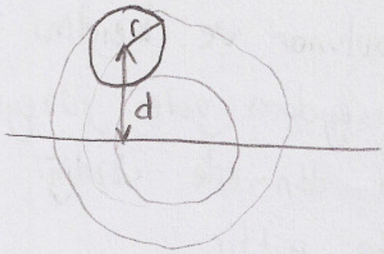
$$V = \frac{h \cdot d}{\cancel{2}} \cdot \cancel{2}\pi \cdot \frac{d}{3}$$

$$V = \frac{1}{3}\pi d^2 h \qquad r = d \Rightarrow V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$$



$$V = \Sigma A \cdot 2\pi \cdot X_G$$





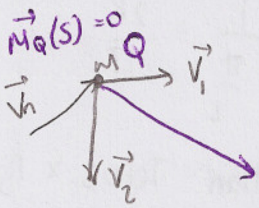
Torun hacmi $V = \pi r^2 \cdot 2\pi d$

27 Mayıs → 2. Vize
veya 2 Haziran

Statiğin Temel Prensibi =

Herhangi bir kuvvet sisteminin etkisi altında bulunan bir maddesel nokta veya katı cismin dengede kalabilmesi için gerek ve yeter şart kuvvet sisteminin sıfıra eşdeğer olmasıdır. Bu durumda her denge problemi bir sıfıra eşdeğer kuvvet problemidir.

– Bir Maddesel Noktanın Dengesi –



$\sum_{i=1}^{n} \vec{V}_i = \vec{QR} = \vec{R} =$ Bileşke

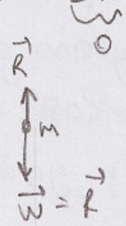
$S = \{\vec{V}_1, \vec{V}_2 \ldots V_n\}$

Sadece öteleme hareketi yapar.

$$\frac{\Sigma F}{M} = a$$

Vektör poligonu kapalı ise, $\vec{R} = 0 \rightarrow$ Maddesel nokta dengededir.

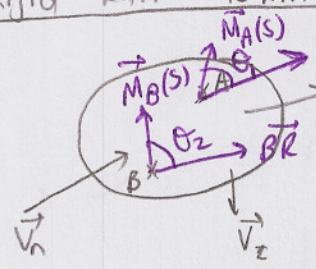
$$\vec{R} = \underbrace{\Sigma x}_{0}\vec{i} + \underbrace{\Sigma y}_{0}\vec{j} + \underbrace{\Sigma z}_{0}\vec{k}$$



$\underbrace{\{W, R\}}_{\text{sıfıra eşdeğer kuvvet sistemi}}$

Newton'un 1. Hareket Kanunu = Maddesel noktaya etkiyen bileşke kuvvet 0'sa maddesel nokta hareket etmez veya baştan hareketli ise sabit hızla hareketine eder. Eğer bir maddesel noktaya etkiyen bileşke kuvvet 0 değilse, maddesel nokta bu bileşke kuvvetin şiddeti ile orantılı ve, bileşke kuvvetin doğrultu ve yönünde ivme kazanır.

– Rijid Katı Cismin Dengesi –



$\vec{AR} = \sum_{i=1}^{n} \vec{V}_i$

$\{\vec{V}_1, \vec{V}_2, \ldots \vec{V}_n\}$

$$\left.\begin{matrix} \vec{M}_A(S) = 0 \\ \vec{AR} = 0 \end{matrix}\right\} \text{Sıfıra eşdeğer vektör sist.}$$

$$\vec{M}_A(S) = \underbrace{\Sigma M_{ox}}_{0}\vec{i} + \underbrace{\Sigma M_{oy}}_{0}\vec{j} + \underbrace{\Sigma M_{oz}}_{0}\vec{k} = 0$$

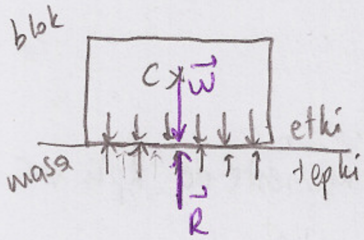
6 bilinmeyen
6 denklem

$$\vec{AR} = \underbrace{\Sigma x}_{0}\vec{i} + \underbrace{\Sigma y}_{0}\vec{j} + \underbrace{\Sigma z}_{0}\vec{k} = 0$$

En genel durum serbestlik derecesi 6'dır. (→ x, y, z'de hareket
Cisim dengede ise serbestlik 〃 0'dır. x, y, z etrafında dönme)

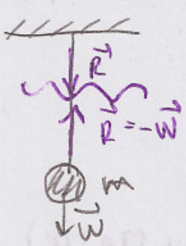
NOT = Rijid cisme etkiyen dış kuvvetler 0'a eşdeğer bir kuvvet sistemi oluşturuyorsa o cisim dengededir denir. İndirgeme elemanlarını 0'a eşitleyerek bir rijid cisim dengesi için gerek ve yeter şartları elde ederiz.

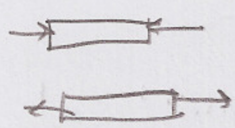
Kuvvet = Bir cismin veya maddesel noktanın, diğer cisme veya maddesel noktaya uyguladığı çekme veya itmedir. Cisimlerden birinin uyguladığı etki ötekinin bu cisme uyguladığı direnç de tepkidir. Newton'un 3. hareket kanununa göre etki, tepkiye eşit modülde ve zıt yöndedir.

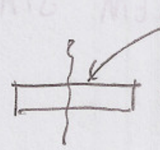


~~Aktif kuvvet~~ =

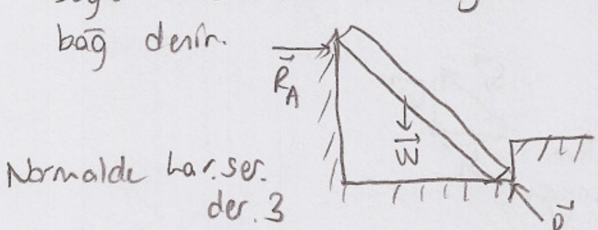
Dış kuvvet = A cismine yabancı B cisminin yaptığı etkidir.
İç kuvvet = Hayali kesitle cisim 2 parçaya ayrılır. Oluşan bu 2 ayrı kesitteki iç kuvvetlerin etki-tepki ilkesine göre şiddet ve doğrultuları aynı, yönleri zıttır.





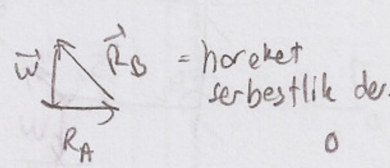


Aktif kuvvetler = Ağırlık kuvvetleri, P kuvvetleri gibi dış kuvvetlerdir.
Reaktif kuvvetler = Mesnetler veya bağları ortadan kaldırıp onların yerine alınan tepki kuvvetleridir. (destek) Aktif kuvvetlere göre değişebilirler. ($\vec{R}$ ile göster.)
Bağlar = Cisimlerin herhangi bir doğrultudaki serbest hareketini önleyen engele bağ denir.



$\{\vec{W}\}$

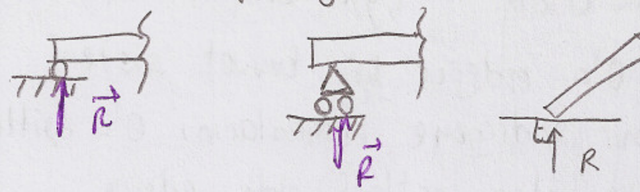
$\{\vec{W}, \vec{R_A}, \vec{R_B}\} \equiv 0$



Bağlarda etkilere eşit, zıt yönlü tepkiler vardır. Bunlara bağ kuvvetleri denir.
Mafsallar = Bağlantı elemanıdır. Özelliklerine göre cisme bazı hareket serbestlikleri sağlar. Mafsala bir kuvvet uygulandığında; bu kuvvet mafsal tepkisi ile dengelenir.

Kayıcı mafsal

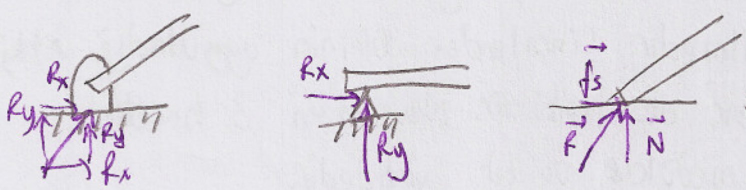
$\vec{R} = R_y\vec{j}$ $\quad |\vec{R}| = |\vec{R_y}|$



cilalı yüzey

düşey hareket engellenir.
yatay hareket engellenmez.

Sabit mafsal

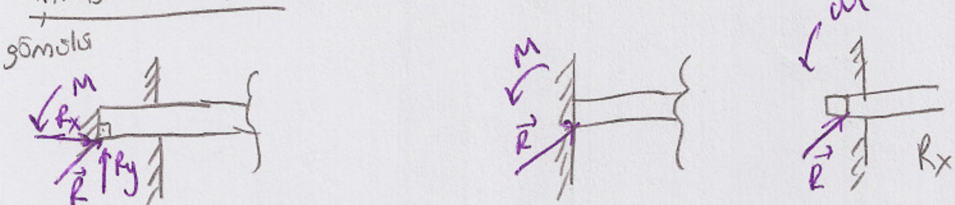


pürüzlü yüzey $\quad$ momente tepki yok.

$\vec{R} = R_x\vec{i} + R_y\vec{j}$

Ankastre mafsal

gömülü



Momente de tepki var.

Silindirik mafsal = üzerinde bulunduğu eksende bileşen yok

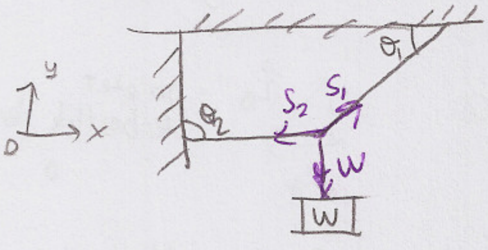
Küresel mafsal = Momente serbest. $\vec{R} = R_x\vec{i} + R_y\vec{j} + R_z\vec{k}$

1. Düzlemsel Kuvvetler Sisteminin Dengesi =
(DÜZLEM STATİK)

1)
2)
3)

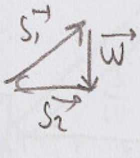
2. Düzlemsel Olmayan Kuvvetler Sisteminin Dengesi (UZAY STATİK)
1), 2), 3)

1.1. Aynı düzlemde bulunan tesir çizgileri bir noktada kesişen kuvvetler sisteminin dengesi =

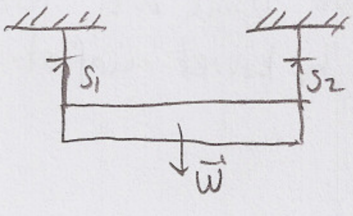


$\{\vec{W}, \vec{S_1}, \vec{S_2}\}$

$\Sigma x = 0$ 2 denklem
$\Sigma y = 0$ 2 bilinmeyen



1.2- Aynı düzlemde bulunan paralel kuvvetlerin dengesi =



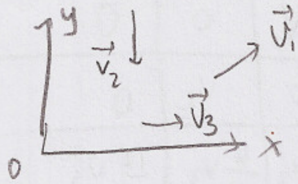
$\{\vec{W}, \vec{S_1}, \vec{S_2}\}$

$\vec{S_1} \parallel \vec{S_2} \parallel \vec{W}$

$\Sigma y = 0$ 2 denklem
$\vec{M}_{Oz}(S) = 0$ 2 bilinmeyen

2 çubuğun F'i

1.3. Aynı düzlemde bulunan çizgilere sonlu veya sonsuz uzaklıkta bir noktadan geçmeyen kuvvetler sistemi dengesi. (18)



$$\left.\begin{array}{l}\Sigma X = 0 \\ \Sigma Y = 0 \\ \Sigma M_{oz} = 0\end{array}\right\} \begin{array}{l}3 \text{ denklem} \\ 3 \text{ bilinmeyen}\end{array}$$

2. Düzlemsel olmayan kuvvetler sist. Den.:

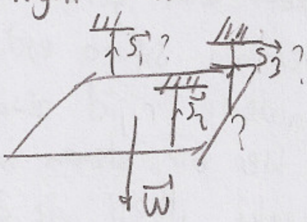
2.1- Aynı düzlemde olmayan fakat doğrultuları bir noktadan geçen kuvvetler sisteminin dengesi.

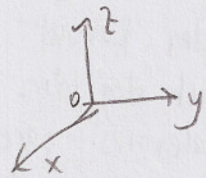
$$\{\vec{W}, \overset{?}{\vec{S_1}}, \overset{?}{\vec{S_2}}, \overset{?}{S_3}\}$$

3 bilinmeyen

$$\vec{R} = \underbrace{\Sigma X}_{0}\vec{i} + \underbrace{\Sigma Y}_{0}\vec{j} + \underbrace{\Sigma Z}_{0}\vec{k}$$

2.2. Aynı düzlemde olmayan paralel kuvvetler sisteminin dengesi.



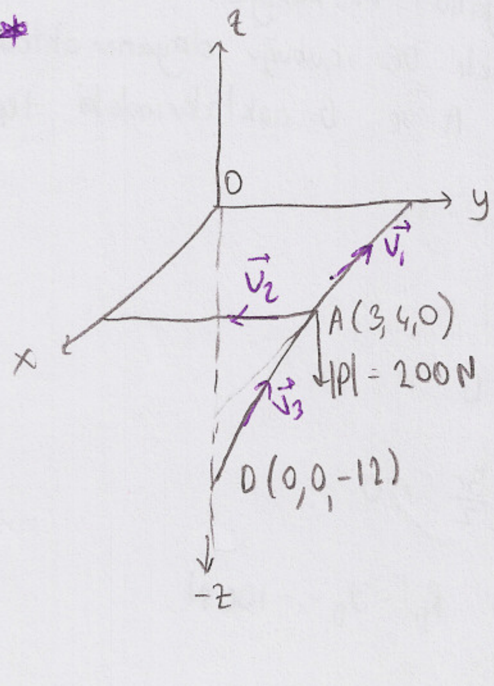


$$\left.\begin{array}{l}\Sigma Z = 0 \\ \Sigma M_{ox} = 0 \\ \Sigma M_{oy} = 0\end{array}\right\} \begin{array}{l}3 \text{ denk.} \\ 3 \text{ bil. çözülür.}\end{array}$$

2.3. Aynı düzlemde olmayan ve tesir çizgileri sonlu veya sonsuz uzaklıkta bir noktadan geçmeyen kuvvetler sisteminin dengesi

$$\left.\begin{array}{ll}\Sigma X = 0 & \Sigma M_{ox} = 0 \\ \Sigma Y = 0 & \Sigma M_{oy} = 0 \\ \Sigma Z = 0 & \Sigma M_{oz} = 0\end{array}\right\} \begin{array}{l}6 \text{ bilinmeyen} \\ 6 \text{ denklem}\end{array}$$

*



Verilen vektör sisteminin O'a eşdeğer olabilmesi için $\vec{V_1}, \vec{V_2}, \vec{V_3}$'lün modülleri.

$$\{\vec{V_1}, \vec{V_2}, \vec{V_3}, \vec{P}\}$$

Uzay statik (2.1) Bir noktada kesişen kuvvetler

$$\vec{AR} = \underbrace{\Sigma X}_{0}\vec{i} + \underbrace{\Sigma Y}_{0}\vec{j} + \underbrace{\Sigma Z}_{0}\vec{k}$$

$\vec{V_1} = -V_1 \vec{i}$

$\vec{V_2} = V_2 \vec{j}$

$\vec{P} = -200\vec{k}$

$\vec{V_3} = V_3 \cdot \vec{e}_{DA}$ (A'dan D çıkar)

$$\vec{V_3} = V_3 \cdot \frac{(3\vec{i}+4\vec{j}+12\vec{k})}{\sqrt{3^2+4^2+12^2}}$$

$$\vec{V_3} = \frac{3}{13}V_3\vec{i} + \frac{4}{13}V_3\vec{j} + \frac{12}{13}V_3\vec{k}$$

	x	y	z
$\vec{V_1}$	$-V_1$	0	0
$\vec{V_2}$	0	$-V_2$	0
$\vec{V_3}$	$\frac{3}{13}V_3$	$\frac{4}{13}V_3$	$\frac{12}{13}V_3$
$\vec{P}$	0	0	-200
Σ	0	0	0

$\Sigma z = 0$

$V_3 = 200 \cdot \frac{13}{12} = 216{,}6 \text{ N}$

$\Sigma x = 0 \rightarrow V_1 = 49{,}9 \text{ N}$

$\Sigma y = 0 \rightarrow V_2 = 66{,}6 \text{ N}$

YOK

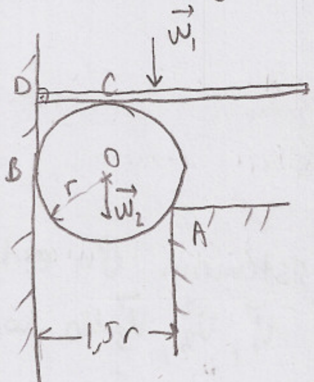
- Rijid Cisimler Sisteminin Kuvvetlerin Etkisinde Dengesi -

Maddesel Noktanın Dengesi
Rijid cismin Dengesi } Sıfıra eşdeğerlik gerekli ve yeterli şart

Rijid Cisimler Sisteminin Dengesi } Sıfıra eşdeğerli gerekli ama yeterli değil

Bir rijid cisimler sistemine etki eden kuvvet sisteminin sıfıra eşd. olması, denge için gerekli fakat yeterli koşul değildir. Bu nedenle rijid cisim sisteminin elemanlarına ayrılarak incelemesi gerekir. Her bir eleman için sıfıra eşdeğerlik koşulu ve birleşme noktalarında etki-tepki ilkesi göz önüne alınarak çözüme gidilir. (Elemanlara Ayırma Yöntemi)

*

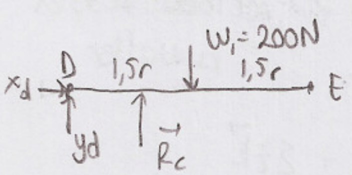


$|DE| = 3r$

$W_1 = W_2 = 200 \text{ N}$

W_2 ağırlıklı bir küre A köşesi ile ve B noktasıyla düşey duvara dayalıdır. Bu küreye D ucundan mafsallı, W_1 ağırlıklı DE çubuğu dayanmaktadır. Verilenlere göre A ve B noktalarındaki tepkileri bulunuz.

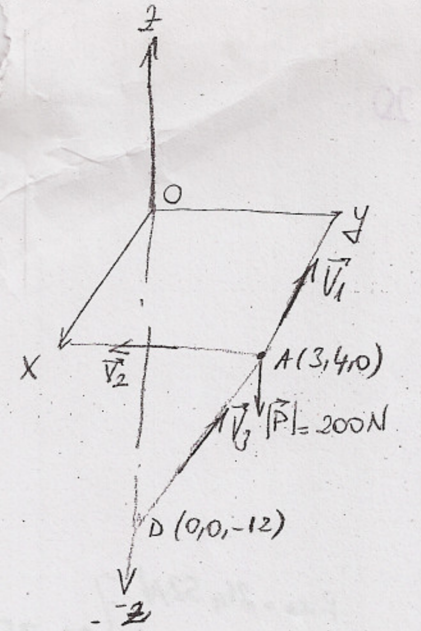
Çubuk için SCD;



denge denk.
$$\begin{cases} \Sigma X = 0 \Rightarrow X_D = 0 \\ \Sigma Y = 0 \Rightarrow \vec{y_d} + \vec{R_c} - W_1 = 0 \\ \Sigma M_D = 0 \Rightarrow R_c \cdot r - W_1 \cdot \frac{3r}{2} = 0 \end{cases}$$

$R_c = 300 \text{ N} \qquad R_D = y_D = -100 \text{ N}$

19



Verilen vektör sisteminin O'a eşdeğer olması için V_1, V_2, V_3 vektörlerinin modüllerini bulunuz?

$\{V_1, V_2, V_3, P\}$ uzay statik! ⇒ bir noktada kesişen kuvvetler

$\vec{AR} = \underbrace{\sum X_i \vec{i}}_{0} + \underbrace{\sum Y_i \vec{j}}_{0} + \underbrace{\sum Z \vec{k}}_{0} = 0$ olmalı!

	X	Y	Z
V_1	$-V_1$	0	0
V_2	0	$-V_2$	0
V_3	$\frac{3}{13}V_3$	$\frac{4}{13}V_3$	$\frac{12}{13}V_3$
P	0	0	-200
Σ	0	0	0

$\Sigma Z = 0$

$V_3 = 200 \cdot \frac{13}{12} = 216,6\,N$

$\Sigma X = 0 \rightarrow V_1 = 49,9\,N$

$\Sigma Y = 0 \rightarrow V_2 = 66,6\,N$

$V_1 = -V_1 \vec{i}$

$V_2 = -V_2 \vec{j}$

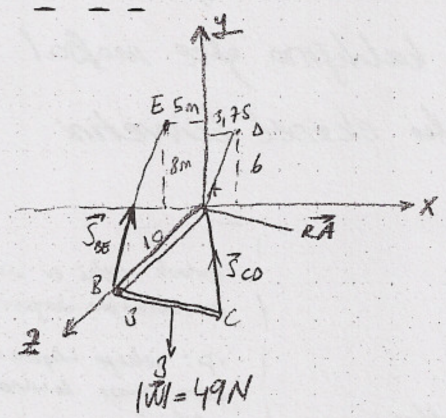
$\vec{P} = -200 \vec{k}$

$\vec{V_3} = V_3 \cdot \vec{e}_{DA} = (A-D)$ olacak!

$\vec{V_3} = V_3 \cdot \frac{(3i+4j+12k)}{\sqrt{9+16+144}}$

$\vec{V_3} = \frac{3}{13} V_3 \vec{i} + \frac{4}{13} V_3 j + \frac{12}{13} V_3 \vec{k}$

Örn:



Ağırlığı ihmal edilen ABC çubuğu xOz düzlemine A'da küresel mafsalla mesnetlenmiş ve BE ile CD kablolarıyla bağlanmıştır. A'daki mafsal tepkisini ve kablolardaki kuvvetleri bulunuz.

$\{\vec{S}_{BE}, \vec{S}_{CD}, \vec{S}_{RA}, \vec{W}\} \equiv 0$

Uzay statik, genel durum, 6 denklem 5 bilinmeyen

serb. derecesi → 6

serb. derecesi → 0 (değişecek)

$\vec{R}_A = \underset{?}{R_{YA}} \vec{i} + \underset{?}{R_{YA}} \vec{j} + \underset{?}{R_{ZA}} \vec{k}$

$W = -49 j$

$S_{BE} = |\vec{S}_{BE}| \cdot e_{BE} = |\vec{S}_{BE}| \cdot \left(\frac{-5\vec{i}+8\vec{j}-10\vec{k}}{\sqrt{189}}\right)$

$S_{CD} = |\vec{S}_{CD}| \cdot e_{CD} = |\vec{S}_{CD}| \cdot \left(\frac{-2,25\vec{i}+6\vec{j}-10\vec{k}}{11,87}\right)$

20

	x	y	z	X	Y	Z	M_{Ox}	M_{Oy}	M_{Oz}
$\vec{W}$	3	0	10	0	-49	0	490	0	-147
$\vec{S}_{BE}$	0	0	10	$-0{,}365\,S_{BE}$	$0{,}5825\,S_{BE}$	$-0{,}7275\,S_{BE}$	$-5{,}85\,S_{BE}$	$-3{,}6\,S_{BE}$	0
$\vec{S}_{CD}$	6	0	10	$-0{,}1895\,S_{CD}$	$0{,}55\,S_{CD}$	$-0{,}845\,S_{CD}$	$-5{,}055\,S_{CD}$	$3{,}15\,S_{CD}$	$3{,}032\,S_{CD}$
$\vec{R}_A$	0	0	0	R_{XA}	R_{YA}	R_{ZA}	0	0	0
Σ	/	/	/	0 (1)	0 (2)	0 (3)	0 (4)	0 (5)	0 (6)

$\vec{OR}=0$ $\qquad$ $\vec{M}_O(S)=0$

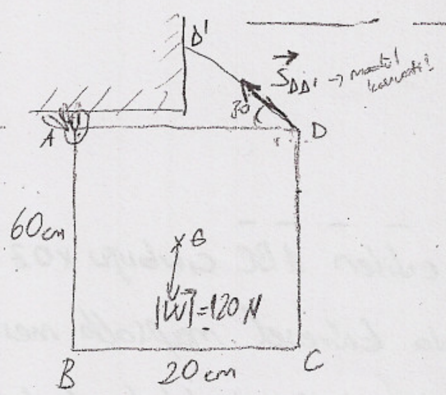
$R_A=\sqrt{R_{XA}^2+R_{YA}^2+R_{ZA}^2}$

(6) denk. $S_{CD} = 48{,}48\,N$

$S_{BE} = 42{,}42\,N$

$R_{XA} = 24{,}52\,N$
$R_{YA} = 0{,}071\,N$
$R_{ZA} = 71{,}56\,N$

$RA = 75{,}64\,N$



Homojen yapıda dikdörtgen ABCD levhası A köşesinden mafsallıdır. D köşesinden ve D' çubuğundan desteklenmiştir. Levha dengede kaldığına göre mafsal tepkisini ve çubuktaki eksenel kuvvetini bulunuz?

$\vec{R}_A = X_A\vec{i} + Y_A\vec{j}$

$R_{XA} = X_A = A_x$

$\{\vec{W}, \vec{S}_{DD}, \vec{R}_A\} = 0$

3 bilinmeyen, 3 denklem

Düzlem statik ⇒ kuvvetler aynı düzlem içerisinde! Genel durum!

çubuk: çeki ve bası kuvvetlerine dayanır!

ip: gelişe dayanır, ama bası kuvvetinde eğilir!

serb. dere. → 3
" " → 0 (dengede)

$\Sigma X = 0$
$\Sigma Y = 0$
$\Sigma M_{Oz} = 0$

$* \; \vec{AR} = \underbrace{\Sigma X_i}_{0} + \underbrace{\Sigma Y_i}_{0} = 0$

$* \; \Sigma M_{Az}(S) = \Sigma \underbrace{M_{Oz}}_{0}\vec{k} = 0$

Düzlem statikte tabloya gerek yok!

$\Sigma X = 0 \rightarrow R_{XA} - S_{DD'} \cdot \cos 30° = 0 \qquad R_{XA} = S_{DD'} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\Sigma Y = 0 \rightarrow R_{YA} + S_{DD'} \cdot \sin 30° - 120 = 0$

$R_{YA} + S_{DD'} \cdot \frac{1}{2} - 120 = 0$

... yatay ekseni ... etki etmez!

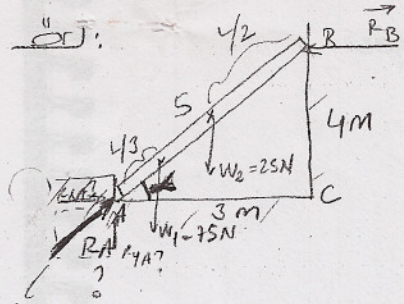
$\Sigma M_{Oz} = 0 \rightarrow S_{DD'} \cdot \sin 30 \times 20 - 120 \cdot 10 = 0 \qquad S_{DD'} = 120\,N$

...ün dik ekseni
= ... eşit olmalı $\quad RA = \sqrt{(60\sqrt{3})^2 + 60^2} \cong 120\,N$

$R_{XA} = 60\sqrt{3}\,N$

$R_{YA} = 60\,N$

Ör):



Ağırlığı 75 N olan bir kedi şekilde gösterildiği gibi 25 N ağırlıklı bir merdivenin 3'te birine çıkmıştır. B'deki tepkiyi ve A'daki kaymayı engelleyen tepkiyi hesaplayınız?

23

Çubuğun izostatik gibi olmaması!

$$\{\vec{R}_A, \vec{R}_B, \vec{W}_1, \vec{W}_2\} \equiv 0$$

Düzlemsel statik
3 denk!
3 bilinmeyen!

$\Sigma X = 0$

$R_{XA} - R_{XB} = 0$

$\Sigma Y = 0$

$R_{YA} - 75 - 25 = 0$

$R_{YA} = 100$

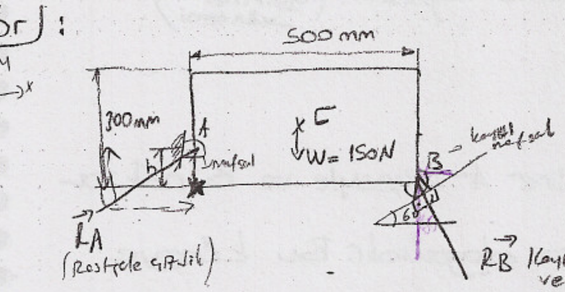
$\Sigma M_A = 0 \rightarrow -75 \cdot \frac{L}{3}\cos\alpha - 25\frac{L}{2}\cos\alpha + R_B \cdot 4 = 0$

$-75 \frac{L}{3}\frac{3}{L} - 25\frac{L}{2}\cdot\frac{3}{L} + R_B \cdot 4 = 0$

$-75 - \frac{75}{2} + R_B \cdot 4 = 0 \rightarrow R_B = 28{,}125 N$

$R_{XA} = 28{,}125 N$

Ör):



Şekildeki levhanın dengede olabilmesi için A ve B reaksiyon kuvvetlerini belirleyiniz?

a) $h = 0$ b) $h = 200$ mm için;

$\vec{R}_B$ (kayıcı mafsal vektörü yüzeye dik tek bileşenli olur!) ⇒ açı belli!

$\vec{R}_A$ (Pürüzlü yüzeyle ilişkili)

$$\{\vec{W}, \vec{R}_A, \vec{R}_B\} = 0$$

düzlem statik!

denge denklemleri

$\Sigma X = 0 \rightarrow R_{XA} - R_B \sin 60° = 0$

$\Sigma Y = 0 \rightarrow R_{YA} - 150 + R_B \cos 60° = 0$

$\Sigma M_A = 0 \rightarrow -150 \cdot 250 + R_B \cos 60 \cdot 500 - \underbrace{R_B \sin 60}_{\text{yatay bileşen}} \cdot h = 0$

A'ya göre momenti "0" olur

a) $h = 0$ için $\rightarrow -150 \cdot 250 + R_B \cos 60 \cdot 500 = 0$

$R_B = 150 N$

$R_{XA} = 130 N$

$R_{YA} = 75 N$

$R_A = 150 N$ //

$R_{YA} = 75$, R_A, R_{XA}

$tg\alpha = \frac{R_{XA}}{R_{YA}} \Rightarrow \alpha = 60°$ //

b) $-150 \cdot 250 + R_B \cos 60 \cdot 500 - R_B \sin 60 \cdot 200 = 0$

$R_B = 488{,}3 N$

$R_{XA} = 422{,}88 N$

$R_{YA} = -94{,}15 N$

$R_A = 433 N$ //

R_A, $R_{YA} = 94{,}15$, $R_{XA} = 422{,}88$

$tg\alpha = \frac{94{,}15}{422{,}88} = \alpha = 77°$

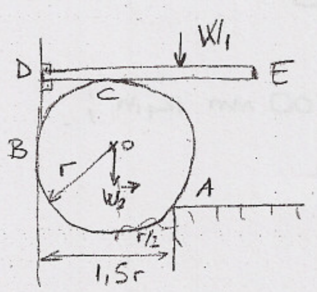
Rijid Cisimler Sisteminin Kuvvetler Sistemi Etkisinde Dengesi

24

Maddesel Noktanın Dengesi } Sıfıra eşdeğerlik
Rijid cismin " } gerekli ve yeterli şart demiştik!

Rijid cisimler Sist. " } Sıfıra eşdeğerlik gerekli fakat yeterli değil!

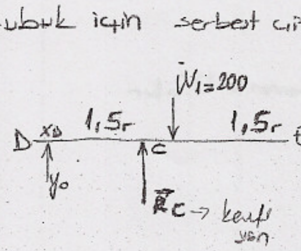
..ir rijid cisimler sistemine etki eden kuvvet sisteminin sıfıra eşdeğer ..ması denge için gerekli fakat yeterli koşul değildir. Bu nedenle ..d cisim sisteminin elemanlarına ayrılarak incelenmesi gerekir. .. bir eleman için sıfıra eşdeğerlik koşulu ve birleşme noktalarında ..ki-tepki ilkesi göz önüne alınarak çözüme gidilir. (Elemanlara ayırma yöntemi)



W_2 ağırlıklı bir küre A köşesiyle ve B noktasıyla düşey duvara dayalıdır. Bu küreye D ucundan mafsallı W_1 ağırlıklı DE çubuğu dayanmaktadır. Verilenlere göre A ve B noktalarında eltepkileri bulunuz?

$|DE| = 3r$
$W_1 = W_2 = 200N$

..ubuk için serbest cisim diagramı;



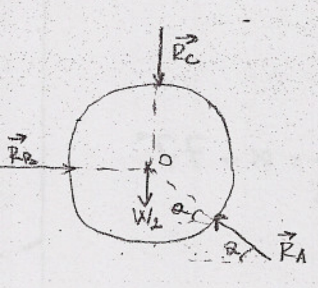
$\Sigma X = 0 \rightarrow x_D = 0$

$\Sigma Y = 0 \rightarrow y_D + R_C - W_1 = 0$

$\Sigma M_D = 0 \rightarrow R_C \cdot r - W_1 \cdot \frac{3r}{2} = 0$ $\quad R_C = 300N$

$R_D = Y_D = -100N$ → yön ters alınmış!

Küre için;



$\cos\alpha = \frac{r/2}{r} \quad \alpha = 60$

$\Sigma X = 0 \rightarrow R_B - R_A \cos\alpha = 0$

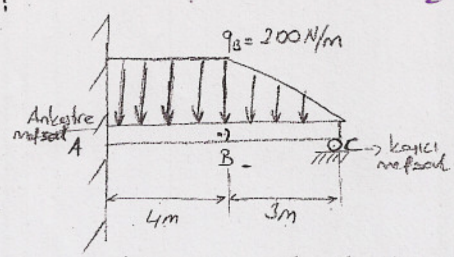
$\Sigma Y = 0 \rightarrow -R_C - W_2 + R_A \sin\alpha = 0$

$R_A = \frac{1000}{\sqrt{3}} N \qquad R_B = \frac{500}{\sqrt{3}} N$

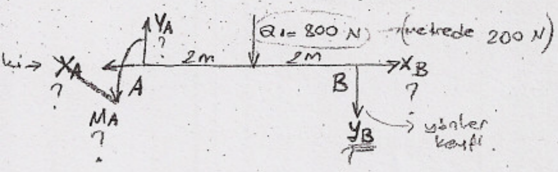
- sınav sorusu -

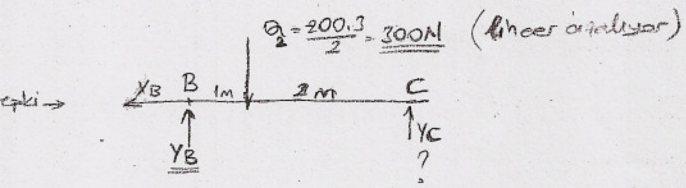
Örn: 25

Şekildeki iki parçadan oluşan B'de pim ile birleştirilmiş sistemde A ve C'deki tepkileri hesaplayınız?



tek parça olarak düşünme! (pim var)





AB için:

$\Sigma X = 0 \rightarrow -X_A + X_B = 0$

$\Sigma Y = 0 \rightarrow Y_A - Q_1 - Y_B = 0$

$\Sigma M_A(s) = 0 \rightarrow M_A - Q_1 . 2 - Y_B . 4 = 0$

BC için:

$\Sigma X = 0 \rightarrow \boxed{X_B = 0} \rightarrow \boxed{X_A = 0}$

$\Sigma Y = 0 \rightarrow Y_B + Y_C - Q_2 = 0$

$\Sigma M_B = 0 \rightarrow -Q_2 . 1 + Y_C . 3 = 0 \rightarrow \boxed{Y_C = 100N}$

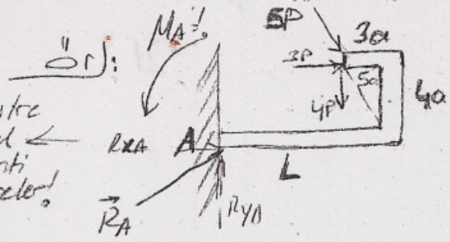
$\boxed{Y_B = 200N}$

$\boxed{Y_A = 1000N}$

$M_A = +1600 + 200.4$

$\boxed{M_A = 2400 \text{ Nm}}$

Örj:



Şekildeki sistemin A ankastre mafsalındaki tepkilerini bulunuz?

$\Sigma X = 0$

$3P - R_{XA} = 0$

$R_{XA} = 3P$ //

$\Sigma Y = 0$

$R_{YA} - 4P = 0$

$R_{YA} = 4P$ //

$\Sigma M_A(s) = 0$

$M_A - 3P.4a - 4P(L-3a) = 0$

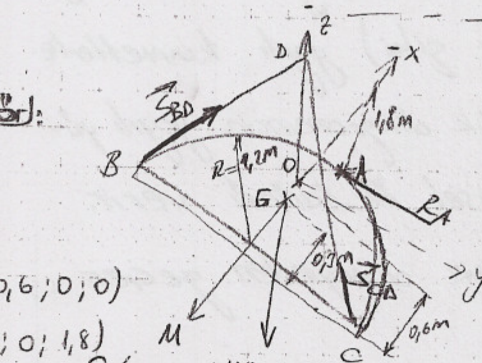
$M_A = 3P.4a + 4P(L-3a)$

$M_A = 12Pa + 4PL - 12Pa$

$M_A = 4PL$ //

yönü kuvvetin koordinatlarla nasılsa o'la eşitlenir.

Örj:



(0,6;0;0)

(0;1,8)

G(0,3;0,0) W=150N

C(0,6;1,2;0)

simetriği (0,6;-1,2;0)

BD & CD kablolarıyla A küresel mafsalıyla mesnetlenmiş olan yarım daire şeklindeki levhanın 150 N'luk ağırlığı şekilde gösterildiği yerde etkimektedir. Bu durumda levhadaki bağ kuvvetlerini hesaplayınız?

$\{\vec{S}_{BD}, \vec{S}_{CD}, \vec{R}_A, \vec{W}\} = 0$

5 bilinmeyen, izostatik

$\vec{S}_{BD} = S_{BD}.\vec{e}_{BD}$

$\vec{S}_{CD} = S_{CD}.\vec{e}_{CD}$

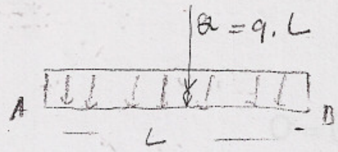
	x	y	z	X	Y	Z	L (Mox)	M (Moy)	N (Moz)
$\vec{W}$	0,3	0	0	0	0	-150	0	45	0
$\vec{S}_{BD}$	0,6	-1,2	0	-0,275 BD	0,535 BD	0,85 BD	-0,965 BD	-0,465 BD	-0,0065 BD
$\vec{S}_{CD}$	0,6	1,2	0	-0,275 CD	-0,535 CD	0,85 CD	0,965 CD	-0,185 CD	0,0065 CD
$\vec{R}_A$	-0,6	0	0	R_{XA}	R_{YA}	R_{ZA}	0	0	0
Σ	/	/	/	0	0	0	0	0	0
				1	2	3	4	5	6

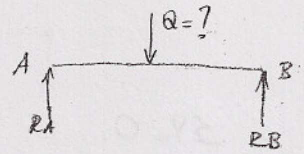
$R_A = 53{,}7N$ $\begin{cases} R_{XA} = 38N \\ R_{YA} = 0 \\ R_{ZA} = 38N \end{cases}$

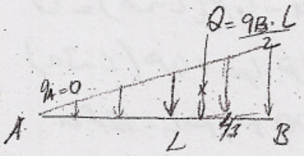
$S_{BD} = 70{,}3N$

$S_{CD} = 70{,}3N$

* Düzlemsel Paralel Yayılı Yük *

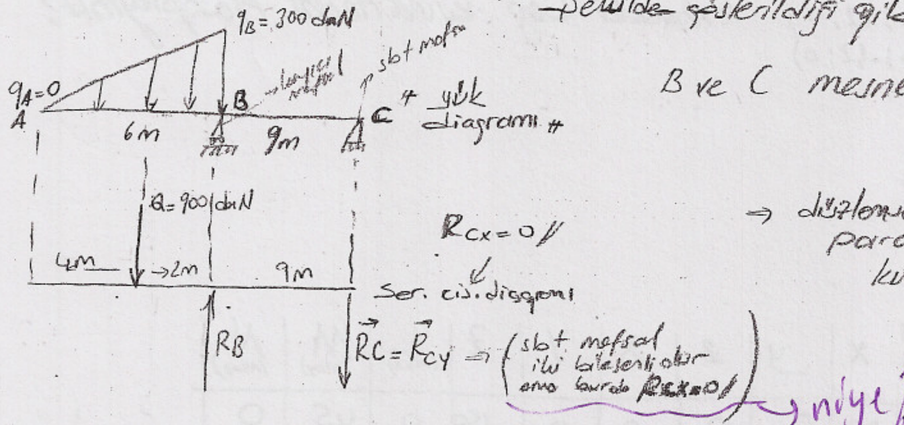






Bir cismin yüzeyinin her maddesel noktasına uygulanmış ağırlıklar (baraj duvarının yüzeyine gelen su basıncı, bir kirişin ağırlığı gibi) yayılı kuvvetlerle hesaplanır ve daima yük diagramıyla gösterilirler. Yük diagramında yayılı yükün kesit yüzey alanının ölçüsü bileşkenin cebirsel ölçüsünü verir. Ve bileşke aynı sınırlı yüzeyin G ağırlık merkezinin düşeyinden geçer.

Şekilde gösterildiği gibi yüklenen AC kirişinin B ve C mesnetlerindeki tepkileri hesaplayınız.



→ düzlemsel paralel kuvvet → $\Sigma Y = 0$

$\Sigma M_B = 0$

veya

$\Sigma M_C = 0$

$Q = \dfrac{300 \cdot 6}{2} = 900$ daN "üçgen formülü uygulandı"

$\Sigma Y = 0$

$R_B - R_C = 900$ daN

$\Sigma M_B = 0$

$Q \cdot 2 = R_C \cdot 9$

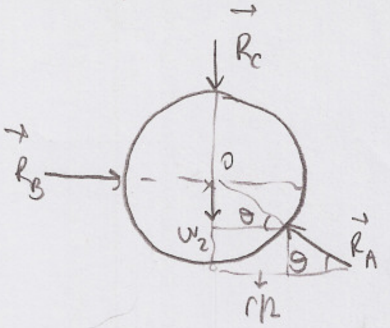
$R_C = \dfrac{900 \cdot 2}{9} = 200$ daN , $R_B = 1100$ daN

veya

$\Sigma M_C = 0 \longrightarrow R_B \cdot 9 = Q \cdot 11$

$R_B = 1100$ daN , $R_C = 200$ daN

küre için serbest c.d;



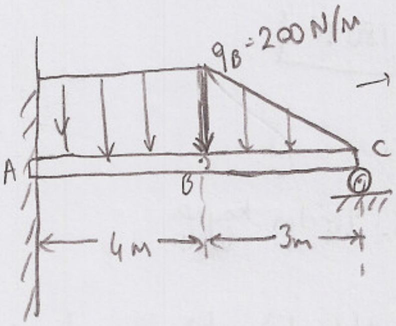
$$\cos\theta = \frac{r/2}{r} \Rightarrow \theta = 60^\circ$$

$$\Sigma X = 0 \rightarrow R_B - R_A \cdot \cos\theta = 0$$

$$\Sigma Y = 0 \rightarrow -R_C - W_2 + R_A \cdot \sin\theta = 0$$

$$R_A = \frac{1000}{\sqrt{3}} \text{ N}$$

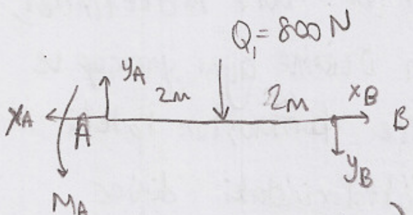
$$R_B = \frac{500}{\sqrt{3}} \text{ N}$$



→ yük B'den C'ye azalıyor.

← kayıcı mafsal

Şekildeki 2 parçadan oluşan, B'de pim ile birleştirilmiş sistemde, A ve C'deki tepkileri hesaplayınız.

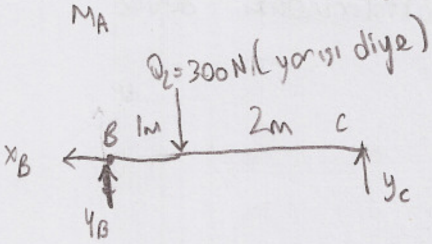


AB için

$$\Sigma X = 0 \Rightarrow -x_A + x_B = 0$$

$$\Sigma Y = 0 \Rightarrow y_A - Q_1 - y_B = 0$$

$$\Sigma M_A(S) = 0 \Rightarrow M_A - Q_1 \cdot 2 - y_B \cdot 4 = 0$$



BC için

$$\Sigma X = 0 \Rightarrow x_B = 0 \quad \text{ve} \quad x_A = 0$$

$$\Sigma Y = 0 \Rightarrow y_B + y_C - Q_2 = 0$$

$$\Sigma M_B = 0 \Rightarrow -Q_2 \cdot 1 + y_C \cdot 3 = 0$$

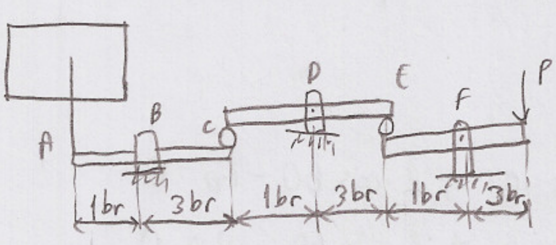
$\rightarrow y_C = 100$ N

$y_B = 200$ N

$y_A = 1000$ N

$M_A = 1600 + 200 \cdot 4 = 2400$ Nm

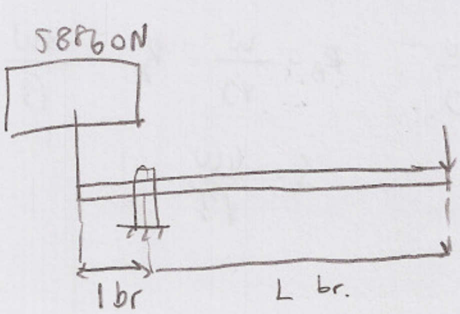
a)

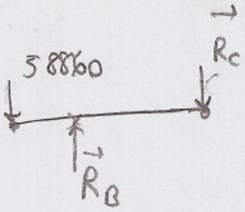


a) Kamyonu kaldırmak için P'yi belirleyin.

b) Aynı P kuvvetini kullanarak kamyonu dengede tutmak için gerekli L'yi bulun.

b)

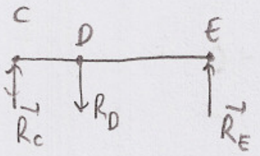




$\Sigma M_B = 0$

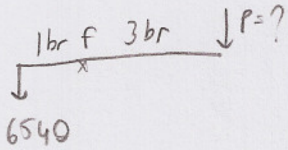
$R_C \cdot 3 - 58860 \cdot 1 = 0$

$R_C = 19620 \text{ N}$



$\Sigma M_D = 0 \Rightarrow 19620 \cdot 1 - R_E \cdot 3 = 0$

$R_E = 6540 \text{ N}$



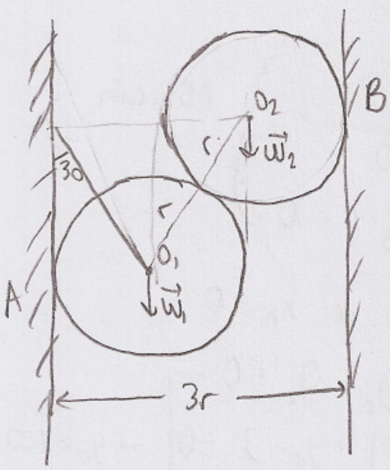
$\Sigma M_f = 0 \Rightarrow P \cdot 3 - 6540 \cdot 1 = 0$

$\boxed{P = 2180 \text{ N}}$

b) $\Sigma M_B = 0$

$2180 \cdot L = 58860 \cdot 1$ $\quad L = 27$ br. Toplam = 28 br.

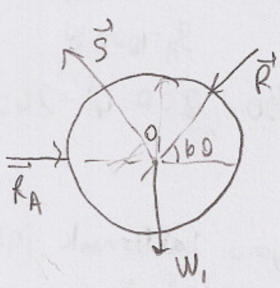
a)'da 12 br'di. Yerden kayıp.



$W_1 = W_2 = W$

r yarıçaplı ve W ağırlıklı bir küre merkezinden, O_1D ipiyle asılı olup, bunun üzerine aynı yarıçap ve aynı ağırlıklı 2 bir küre konmuştur. İpteki kuvvetin ve A ve B noktalarındaki duvar tepkilerini hesaplayınız.

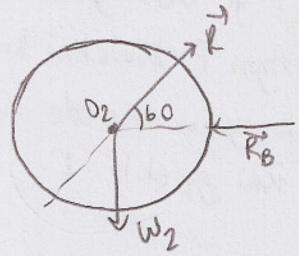
O_1 için scd.



$\Sigma X = 0 \rightarrow R_A - S \cdot \cos 60 - R \cdot \cos 60° = 0$

$\Sigma Y = 0 \rightarrow -W_1 + S \cdot \sin 60 + R \sin 60 = 0$

O_2 için scd.



$\Sigma X = 0 \Rightarrow R \cdot \cos 60 - R_B = 0$

$\Sigma Y = 0 \Rightarrow R \cdot \sin 60 - W = 0$

$R = \frac{2W}{\sqrt{3}} \quad R_B = \frac{W}{\sqrt{3}} \quad R_A = \frac{3W}{\sqrt{3}}$

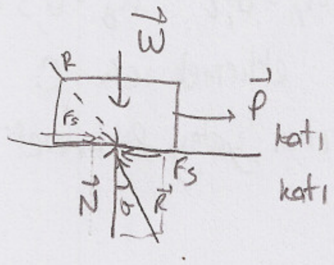
$S = \frac{4W}{\sqrt{3}}$

27

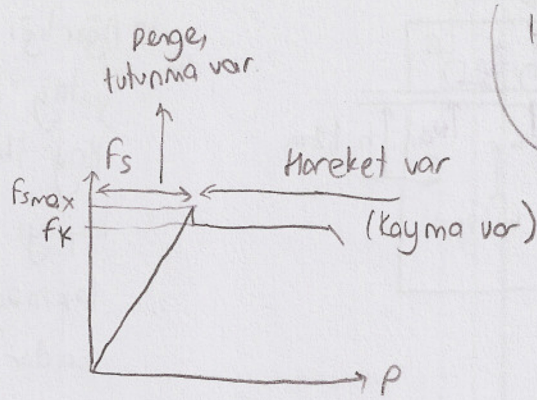
SÜRTÜNME

19 Mayıs
Ders yok

Kuru Sürtünme (COULOMB sürtünmesi)



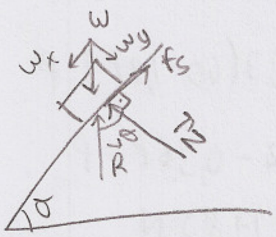
$\vec{R}$ = Reaktif kuvvet



$\mu_{st} \neq \mu_{kin}$

$N = tg\,\theta = \frac{f_s}{N}$

μ = sürtünme katsayısı $\qquad f_s = \mu \cdot N$ $\qquad \mu_{st} = \mu_{kin}$ (kabul edilir)



$N = W \cdot \cos\theta = R \cdot \cos\theta$

$f_s = W \cdot \sin\theta = R \cdot \sin\theta$

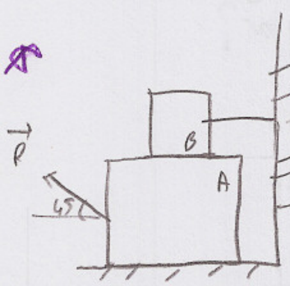
$\tan\theta = \frac{N}{f_s}$

φ : Statik sürtünme açısı → malzeme, yüzeye göre değişir.

$\theta < \varphi$ → kayma yok

$\theta \geq \varphi$ → kayma var

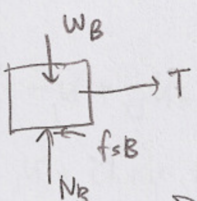
$\varphi \leq \frac{\pi}{2}$



$W_A = 137\,N$

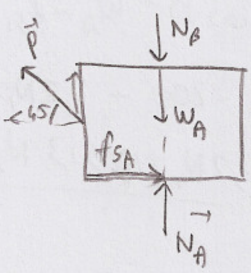
$W_B = 88{,}2\,N$

ilk harekete başlayacaktan scd yap!



$\Sigma x = 0 \rightarrow T = f_{sB} \Rightarrow T = \frac{1}{4} N_B \quad f_{sB} = \mu N_B$

$\Sigma y = 0 \Rightarrow W_B = N_B = 88{,}2 \rightarrow T = 22{,}05\,N$



$\Sigma x = 0 \rightarrow -P \cdot \cos 45 + f_{sA} + f_{sB} = 0$

$-P \cdot \cos 45 + \frac{1}{3} N_A + 22{,}05 = 0$

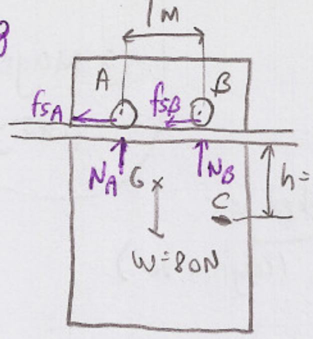
$\Sigma y = 0 \rightarrow P \cdot \sin 45 + N_A - W_A - N_B = 0$

$\frac{P\sqrt{2}}{2} + N_A - 137 - 88{,}2 = 0$

$N_A = 152\,N$

$P = 104\,N$

28



Ağırlığı 80 N olan, bir sürgü kapı şekildeki gibi yatay bir yaya A ve B noktalarından asılmıştır. Ray ile kapı arasındaki $\mu_A = 0{,}2$ $\mu_B = 0{,}3$ ise kapıyı sağa doğru hareket ettirmek için C tokmağına uygulanması gereken yatay P kuvveti ne kadar olmalıdır?

$\Sigma X = 0 \Rightarrow P - f_{sA} - f_{sB} = 0 \Rightarrow f_{s_A} + f_{s_B} = P, \quad 0{,}2 N_A + 0{,}3 N_B = P$

$\Sigma Y = 0 \Rightarrow N_A + N_B = W$

$\Sigma M(S) = 0 \Rightarrow -\frac{1}{2} W + 1 \cdot N_B + 1{,}2 P = 0$

$N_B + 1{,}2P = 40$

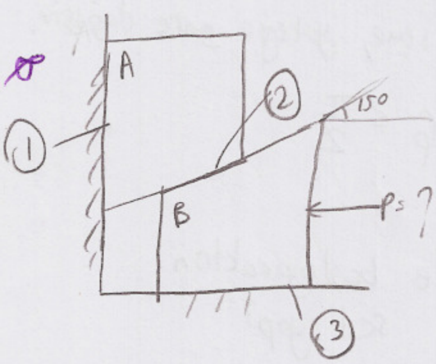
$N_B = 40 - 1{,}2P \rightarrow 0{,}2(40 + 1{,}2P) + 0{,}3(40 - 1{,}2P) = P$

$8 + 0{,}24P + 12 - 0{,}36P = P$

$P = 17{,}85$ N

$N_A = 80 - 40 + 1{,}2P$

$N_A = 40 + 1{,}2P$

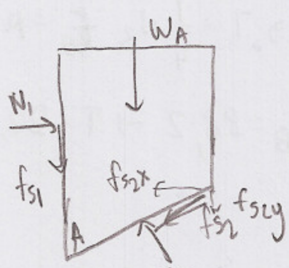


$\mu = 0{,}2$

$W_A = 200$N

$W_B = 100$N

Şekildeki sistemlerde bütün yüzeylerde $\mu = 0{,}2$ ise P'nin hangi değerlerinde hareket başlar?



A için;

$\Sigma x = 0 \rightarrow -N_{2x} + N_1 - f_{s2x} = 0$

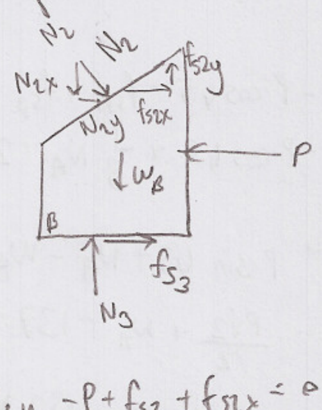
$-N_2 \sin 15 + N_1 - 0{,}2 N_2 \cos 15 = 0$

$N_1 - 0{,}451 N_2 = 0$

$\Sigma y = 0 \rightarrow N_2 \cos 15 - W_A - f_{s1} - f_{s2y} = 0$

$0{,}965 N_2 - 200 - 0{,}2 N_1 - 0{,}0518 N_2 = 0$

$-0{,}2 N_1 + 0{,}913 N_2 = 200$



$N_1 = 110$ N

$N_2 = 243$ N

B için;

$\Sigma X = 0 \Rightarrow N_{2y} - P + f_{s3} + f_{s2x} = 0$

$N_2 \sin 15 - P + 0{,}2 N_3 + 0{,}2 N_2 \cos 15 = 0$

$-0{,}2 N_3 + P = 109{,}8$

$\Sigma y = 0 \Rightarrow -N_{2y} + N_3 - W_B + f_{s2y} = 0$

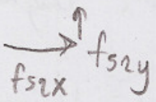
$-N_2 \cos 15 + N_3 - 100 + 0{,}2 N_2 \sin 15 = 0$

$N_3 = 150{,}3$ N

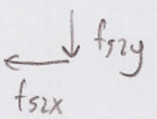
$P = 139{,}89$ N (bası yönünde)

Geki ise

sadece fs'lerin yönleri değişir



← Paynı



A için;

$\Sigma x = 0$

$-N_{2x} + N_1 + f_{s2x} = 0$

$-N_2 \sin 15 + N_1 + 0{,}2 N_2 \cos 15 = 0$

$N_1 - 0{,}065 N_2 = 0$

$\Sigma y = 0$

$N_2 \cos 15 - W_A + f_{s1} + f_{s2y} = 0$

$0{,}965 N_2 - 200 + 0{,}2 N_1 + 0{,}0518 N_2 = 0$

$+0{,}2 N_1 + 1{,}0168 N_2 = 200$

$N_1 = 12{,}62 N \quad N_2 = 194{,}2 N$

B için;

$\Sigma x = 0 \Rightarrow N_{2y} - P - f_{s3} - f_{s2x} = 0$

$N_2 \sin 15 - P - 0{,}2 N_3 - 0{,}2 N_2 \cos 15 = 0$

$0{,}2 N_3 + P = 15{,}94$

$\Sigma y = 0$

$-N_{2y} + N_3 - W_B - f_{s2y} = 0$

$N_3 = 175{,}46 N$

$P = -19{,}15 N$ (geki)

$-19{,}15 < P < 139{,}89$

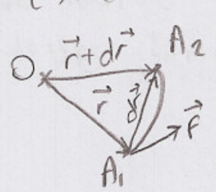
YOK!

VİRTÜEL İŞ METODU =

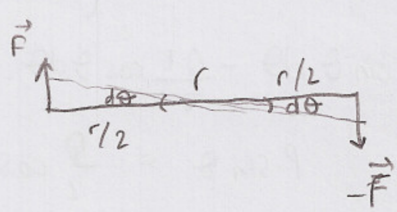
İş =

$d\tau = \vec{F} \cdot d\vec{r}$ (skaler) $\qquad \tau = \int_{A_1}^{A_2} \vec{F} d\vec{r}$

( ) i ( ) r...



Bir momentin yaptığı iş =

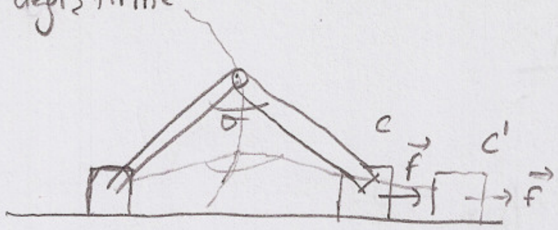


$F \cdot \frac{r}{2} \cdot d\theta + F \cdot \frac{r}{2} d\theta$

$d\tau = \underbrace{Fr}_{M} \cdot d\theta$

$\boxed{d\tau = M \cdot d\theta} \Rightarrow \tau = \int_{\theta_1}^{\theta_2} M \cdot d\theta$

Yer değiştirme =



gerçek yerdeğiştirme = Bağlara uyan yer değiştirme.

hayali (virtüel) yer değiştirme = Bağlara uymayan yer değiştirme

bağlara uyan virtüel yer değiştirme

Virtüel iş teoremi = $\boxed{\begin{aligned} \partial \tau &= \vec{F} \cdot \partial \vec{r} = 0 \\ \partial \tau &= M \cdot \partial \theta = 0 \end{aligned}}$

Virtüel iş ilkesinde rijid cisim sisteminin parçalara ayırmadan bağ kuvvetleri işleme dahil olmadan çözüme gidilir.

Teorem = Kendi aralarında ve sabit desteklerle bağlamaları sürtünmesiz olan bir rijid cisimler sistemi dengede ise bağlamalara uyan bir virtüel yer değiştirmede aktif kuvvetlerin işleri toplamı 0'dır.

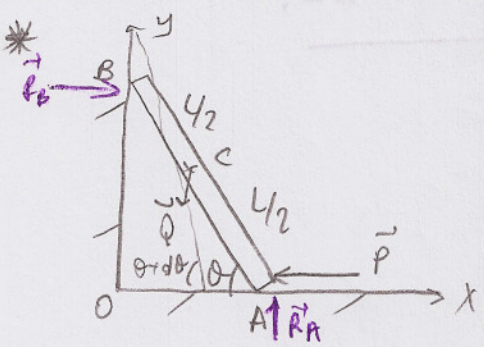
Sürtünmeli hallerde tepki 2 bileşene ayrıldığından, normal tepki bileşeninin işi 0'dır. Fakat sürtünme kuvveti bileşeninin işi 0 değildir.

Teorem aktif kuvvetlerin ve sürtünme kuvvetlerinin işleri toplamı 0'dır şeklinde ifade edilir. Mafsallı sist.'lerde mafsal kuvvetlerinin yaptığı işler 0'dır.

$\vec{F} = X\vec{i} + Y\vec{j} + Z\vec{k}$

$\partial \vec{r} = \partial x \vec{i} + \partial y \vec{j} + \partial z \vec{k}$

$\boxed{\partial \tau = X \cdot dx + Y dy + Z dz = 0}$



Ağırlığı $\vec{Q}$ ve uzunluğu l olan AB çubuğu düşey düzlem içinde bulunmakta ve A ile B uçları cilalı yüzeyler tarafından mesnetlenmektedir. Çubuğun yatayla yaptığı açı θ iken dengede olabilmesi için A'ya uygulanması gereken yatay $\vec{P}$ kuvveti nedir?

Tepkileri → reaktifleri alma

fs olsa alacaktık.

$\theta = \theta + d\theta$

$\vec{r_A} = \vec{OA} = L \cdot \cos\theta \, \vec{i}$

$\partial \vec{r_A} = -L \cdot \sin\theta \, \partial\theta \, \vec{i}$

$\vec{r_C} = \vec{OC} = \frac{L}{2}\cos\theta \, \vec{i} + \frac{L}{2}\sin\theta \, \vec{j}$

$\partial \vec{r_C} = -\frac{L}{2}\sin\theta \, d\theta \, \vec{i} + \frac{L}{2}\cos\theta \, d\theta \, \vec{j}$

$\partial \tau = \vec{P} \cdot d\vec{r_A} + \vec{Q} \, d\vec{r_C} = 0$

$= (-P\vec{i}) \cdot (-L \cdot \sin\theta \, d\theta \, \vec{i}) + (-Q\vec{j})\left(-\frac{L}{2}\sin\theta \, d\theta \, \vec{i} + \frac{L}{2}\cos\theta \, d\theta \, \vec{j}\right)$

$= P\cancel{L}\sin\theta \, \cancel{d\theta} - \frac{Q\cancel{L}}{2}\cos\theta \, \cancel{d\theta} = 0$

$P \cdot \sin\theta = \frac{Q}{2}\cos\theta$

$P = \frac{Q}{2}\cot\theta$

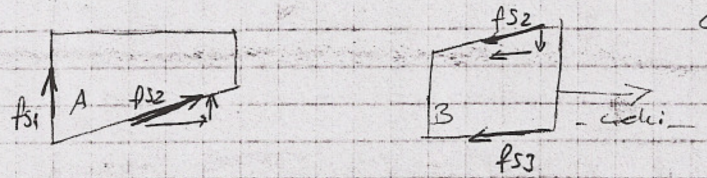
$\Sigma Y = 0$

$$-N_{2y} + N_3 - W_B + fs_{2y} = 0$$

$$-N_2 \cos 15 + N_3 - 100 + 0{,}2\, N_2 \sin 15 = 0$$

$\boxed{N_3 = 150{,}3\ N}$ $\boxed{P = 189{,}89\ N \text{ (bası durumunda)}}$

Eğer kuvveti çeki ise;

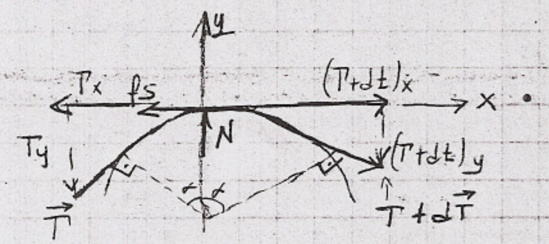


cisim diyagramı aynı olur sadece sürtünmelerin yönü değişir.

Denklemlerde ise sürtünme kuvvetlerinin önündeki işaretler (-→+, +→-) değişir.

KAYIŞ - HALAT SÜRTÜNMESİ

Halat sürtünmesinde çok büyük kuvvetleri sürtünmenin yardımıyla daha ufak kuvvetlerle dengede tutarız. Halat sürtünmesi bir halatın hareket ettirilmek istenmesi sonucu temas ettiği sabit ve pürüzlü yüzey ile kayış arasında ortaya çıkmakta olan tutunma sürtünmesidir. Bantlı frenlerin, çıkrıkların yapımında önemlidir.



$\vec{T} = \vec{T_1}$

$\vec{T} + d\vec{T} = \vec{T_2}$

$T_2 > T_1$

$\Sigma X = 0 \rightarrow T_x + fs - (T+dT)_x = 0$

$$\cancel{T \cdot \cos\frac{d\alpha}{2}} + fs - \cancel{T \cdot \cos\frac{d\alpha}{2}} - dT \cdot \frac{\cos d\alpha}{2} = 0$$

$$fs = dT \cdot \underbrace{\cos\frac{d\alpha}{2}}_{1} \qquad \boxed{fs = dT}$$

$\lim_{d\alpha \to 0} \frac{\cos d\alpha}{2} = 1$ sıfıra çok yakın açı!

$\Sigma Y = 0 \rightarrow T_y + (T+dT)_y - N = 0$

$$T \cdot \sin\frac{d\alpha}{2} + T \cdot \frac{\sin d\alpha}{2} + \underbrace{dT \cdot \sin\frac{d\alpha}{2}}_{\text{ihmal edilebilir (sonsuz küçük)}} - N$$

$$2 \cdot T \frac{d\alpha}{2} = N \qquad \boxed{T\, d\alpha = N}$$

çok küçük açıların sinüsleri kendileri kabul edilir!

$\lim_{d\alpha \to 0} \frac{\sin d\alpha}{2} \Rightarrow \frac{d\alpha}{2}$

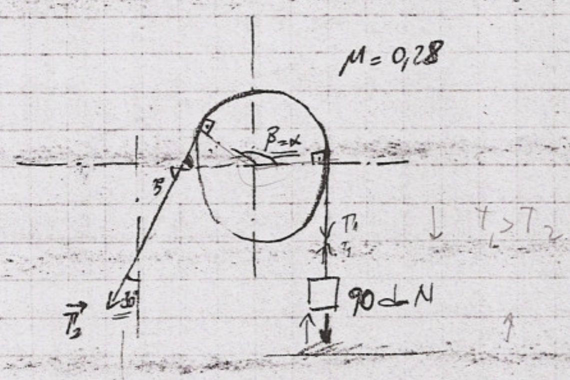
$fs = \mu . N$ old. göre ;

$fs = dt$, $T d\alpha = N$ demiştik

$dT = \mu . T . d\alpha$

$$\boxed{\frac{dT}{T} = \mu . d\alpha} \Rightarrow \text{integre edersek;} \quad \int_{T_1}^{T_2} \frac{dt}{t} = \mu \int_0^{\alpha} d\alpha \quad \boxed{\frac{T_2}{T_1} = e^{\mu\alpha}}$$

ör:



Kayışlı bir şahmerdanın çekici kasnağa geçirilmiş bir kayışın ucuna sbtlenmiştir. 90 daN ağırlığındaki çekicin hareket etmesi için kayışın serbest ucuna düşeyle 30° lik açı yapan doğrultuda uygulaması gereken kuvvet ne kadardır?

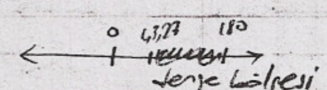
$\alpha = 150 = \frac{5\pi}{6}$ rd $\Rightarrow$ radyan olmalı

Çekiç aşağı inerken ;

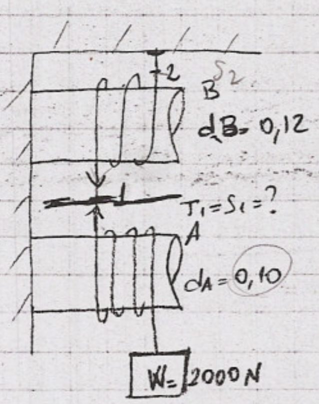
$\frac{T_1}{T_2} = e^{\mu\alpha}$ $\quad T_2 = \frac{90}{e^{0,28 . \frac{5\pi}{6}}}$ $\quad T_2 = 43,27$ daN

Çekiç yukarı çıkarken ;

$\frac{T_2}{T_1} = e^{\mu\alpha}$ $\quad T_2 = 90 . e^{0,28 . \frac{5\pi}{6}}$ $\quad T_2 = 180$ daN $\quad 43,27 < T_2 < 180$



ör:



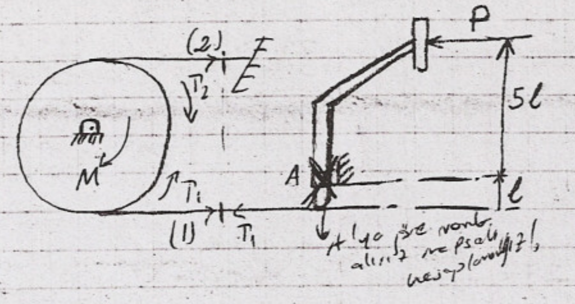
Şekildeki sistemde 1 ve 2 ile işaretli halat kesitlerinde oluşan çekme kuvvetlerini hesapla, halat A silindiri etrafında 3, B silindiri etrafında 2 kez sarılıdır.

$\alpha_A = 3 . 2\pi = 6\pi$ Rd. $\qquad \alpha_B = 4\pi$ Rd

$\frac{W}{S_1} = e^{\mu_A \alpha_A}$ $\qquad S_1 = \frac{2000}{e^{0,10 . 6\pi}} \cong 304$ N

$\frac{S_1}{S_2} = e^{0,12 . 4\pi} \longrightarrow S_2 = 67,29$ N

Örn:



$M = 500\ Ncm$

$R = 10\ cm$

$\mu = 0,15$

Şekildeki fren sisteminde 500 Ncm şiddetindeki momenti frenleyebilmek için gerekli P kuvvetinin en küçük değerini hesaplayınız.

$T_1 > T_2$ olduğuna göre;

$\Sigma M_A = 0 \rightarrow \quad T_1 . l - P . 5l = 0$

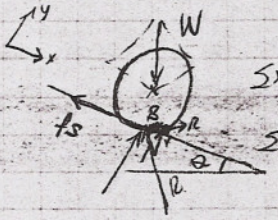
$P = \frac{T_1}{5} \quad , \quad T_1 = 5P$

$\frac{T_1}{T_2} = e^{\mu\alpha} \qquad T_1 = T_2 . e^{0,5\pi} \qquad \Sigma M_O = 0 \rightarrow T_2 . R + M = T_1 . R$

$10 . T_2 + 500 = T_2 . e^{0,5\pi} . 10$

$T_2 = 13,12\ N \quad , \quad T_1 = 63,12\ N, \ P = 12,62\ N$

Yuvarlanma Sürtünmesi



$\Sigma X = 0, \ f_s = W . \sin\theta$ — kaymayı engelleyen kuvvet

$\Sigma Y = 0, \ N = W . \cos\theta$

$\Sigma M_B = 0 , \quad W \sin\theta . r = 0$

$\vec{M}_s = \underset{\text{mesafe}}{e} . \vec{N}$ → ağırlığın oluşturduğu moment (yuvarlanma sürtünmesi momenti)

yuvarlanmayı önleyen moment

$W \sin\theta r - M_s = 0 \qquad W \sin\theta . r = \underbrace{e . N}_{M_s}$

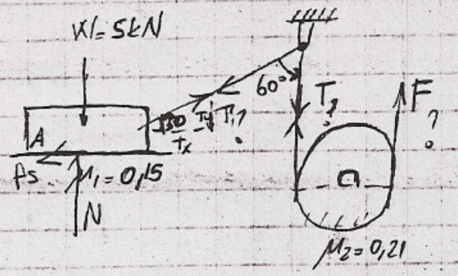
sbt, malzemeye göre

$W r \sin\theta$ oluşan momentinin dengelenmesi yuvarlanan cisimlerde temasın bir noktada değil bir doğru parçası boyunca olduğunu kabul etmekle ortadan kalkar. N B'de değil hareket yönünde e kadar kaymış olarak etki eder. Oluşan momente yuvarlanma sürtünmesinin momenti denir.

$W \sin\theta r \leq e . N$

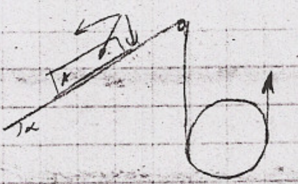
$W \sin\theta r \leq e . W \cos\theta \qquad tg\theta \leq \frac{e}{r} \qquad e = e_{mi}$ (sınır değer)

Örd:



Şekildeki sistemde F'ın hangi değerinde hareket başlar?

(hareketi başlatacak en küçük F kuvveti = dengeyi bozacak en büyük F kuvveti)



Böyle olsaydı yatayda sola doğru kuvveti olurdu, çift yönlü incelemek zorunda kalırdık!

$\Sigma Y=0 \qquad T_y - W + N = 0$

$T\sin 30 - 5 + N = 0 \qquad N = 5 - T/2$

$\Sigma X=0 \qquad T_x - f_s = 0$

$T_x = f_s \quad , f_s = \mu . N$

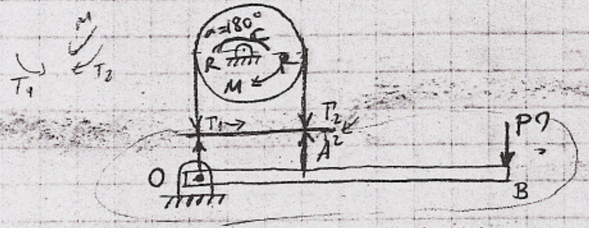
$T \cos 30 = \mu . (5 - T/2)$

$T . \frac{\sqrt{3}}{2} = 0,15 (5 - T/2)$

$T = 0,797$

$\frac{F}{T} = e^{\mu\alpha}$

$F = 0,797 . e^{0,21\pi} \qquad F = 1,541\ kN$



$|OB| = 5R$

$M = 500 Ncm$

$R = 10 cm$

$\mu = 0,5$

Şekilde gösterilen 500 Ncm döndürme momenti etkisindeki tamburu frenlemek için gerekli olan P kuvvetinin en küçük değerini bulunuz?

Çubuk için;

$\Sigma M_0 = 0 \qquad T_2 . 2R - P . 5R = 0 \qquad T_2 = 5P/2$

Tambur için;

$T_1 > T_2 \quad , \quad \frac{T_1}{T_2} = e^{\mu\alpha} \qquad T_1 = \frac{5P}{2} e^{0,5\pi} \qquad T_1 \cong 12P$

$\Sigma M_c = 0$

$T_1 . R - M - T_2 R = 0$

$12P . R - M - \frac{5P}{2} . R = 0$

$12P . 10 - 500 - \frac{5P}{2} . 10 = 0$

$P = 5,263\ N$

Veya denge denk. ile;

$\{ \vec{Q}, \vec{P}, \vec{R_A}, \vec{R_B} \} = 0$

$\Sigma X = 0, \quad R_B - P = 0$

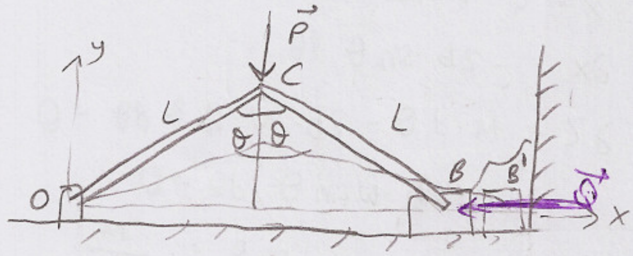
$\Sigma Y = 0, \quad R_A - Q = 0$

$\Sigma M_A = 0, \quad Q \cdot \frac{L}{2} \cdot \cos\theta - R_B L \cdot \sin\theta = 0$

$R_B = \frac{Q}{2} \cot g\, \theta$

$R_B = P = \frac{Q}{2} \cot g\, \theta$

*



Şekilde verilen sistende mafsallar ve B bloğunun yatayla temasının sürtünmesiz olduğu kabul edilerek C'den düşey P kuvveti uygulandığında verilen konumda B bloğunun sıkıştıracağı cisme uyguladığı yatay Q kuvvetini hesaplayınız.

(Sisteme dışarıdan gelen dış kuvvetlere dikkat et)

$\vec{OC} = L \cdot \sin\theta\, \vec{i} + L \cdot \cos\theta\, \vec{j}$

$\partial(\vec{OC}) = L \cdot \cos\theta\, d\theta\, \vec{i} - L \cdot \sin\theta\, d\theta\, \vec{j}$

$\vec{OB} = 2L \sin\theta\, \vec{i}$

$d(\vec{OB}) = 2L \cos\theta\, d\theta\, \vec{i}$

$\vec{P} = -P\vec{j}$

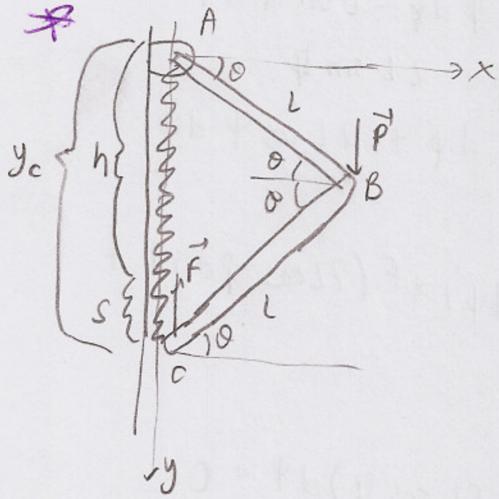
$Q = -Q\vec{i}$

$\partial \tau = \vec{P} \cdot d(\vec{OC}) + Q\,(d(\vec{OB})) = 0$

$P L \sin\theta\, d\theta - Q\, 2L \cdot \cos\theta\, d\theta = 0$

$Q = \frac{P}{2} \, tg\, \theta$

*



Mekanizmanın denge konumuna karşılık olan θ açısı ve yaydaki çekme kuvveti için bağıntıları bulunuz. Yayın şekil değiştirmemiş uzunluğu h ve yay kats. k'dır. Mekanizmanın ağırlığını önemsemeyin.

$\boxed{F = k \cdot s}$

$y_B = L \cdot \sin\theta$

$\partial y_B = L \cdot \cos\theta\, d\theta$

$\boxed{y_c = 2L \sin\theta}$

$\partial y_c = 2L \cos\theta\, d\theta$

$s = y_c - h$

$F = k \cdot (2L \sin\theta - h)$

$\partial \tau = P \cdot \partial y_B - F \cdot \partial y_c = 0$

$F = k \cdot \left(2L \, \frac{(P + 2kh)}{4kL} - h\right)$

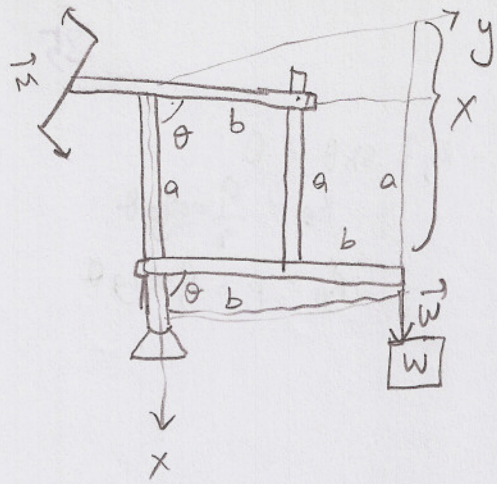
$F = k \cdot \left(\frac{P}{2k} + h - h\right)$

$F = \frac{P}{2}$

$\partial \tau = P \cdot L \cdot \cos\theta\, d\theta - k\,(2L \sin\theta - h) \cdot 2L \cdot \cos\theta\, d\theta = 0$

$= PL - 4kL^2 \cdot \sin\theta + 2kLh = 0$

$P - 4kL \cdot \sin\theta + 2kh = 0 \Rightarrow \sin\theta = \frac{P + 2kh}{4kL}$



Şekildeki sisteme M momenti uygulanınca denge konumunu belirten θ açısını bulunuz.

$$x = a + 2b\cos\theta$$

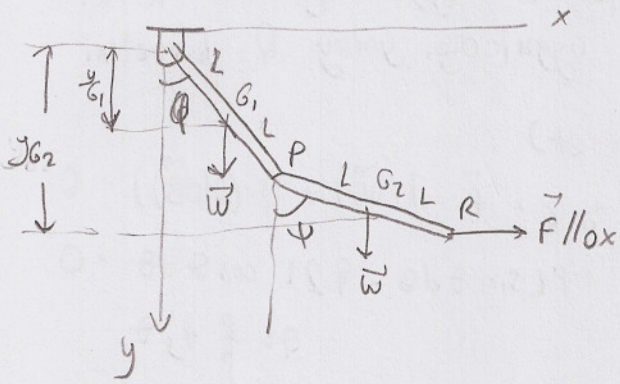
$$\partial x = -2b \cdot \sin\theta \, d\theta$$

$$\partial \tau = M \cdot d\theta - 2b \cdot W \cdot \sin\theta \, d\theta = 0$$

$$(M - 2b \cdot W \sin\theta) d\theta = 0$$

$$\sin\theta = \frac{M}{2bW}$$

2 serbestlik dereceli



Eşit ağırlıklı ve eşit 2L uzunluklu homojen OP, PR çubuklarının mafsallanmasıyla elde edilen sistem verilen $\vec{F}$ ile dengede tutulmaktadır.

$$y_{G_1} = L \cdot \cos\varphi$$

$$dy_{G_1} = L \sin\varphi \, d\varphi_1$$

$$y_{G_2} = 2L\cos\varphi + L \cdot \cos\psi$$

$$dy_{G_2} = -2L\sin\varphi \, d\varphi - L\sin\psi \, d\psi$$

$$x_R = 2L\sin\varphi + 2L\sin\psi$$

$$dx_R = 2L\cos\varphi \, d\varphi + 2L\cos\psi \, d\psi$$

$$\varphi \to d\varphi \to \varphi + d\varphi$$

$$\psi \to d\psi \to \psi + d\psi$$

$$\partial \tau = W \cdot dy_{G_1} + W \cdot dy_{G_2} + F dx_R = 0$$

$$\partial \tau = -W \cdot L \cdot \sin\varphi \, d\varphi + W \cdot (-2L\sin\varphi \, d\varphi - L\sin\psi \, d\psi) + F(2L\cos\varphi \, d\varphi) +$$
$$2L(\cos\psi \, d\psi) = 0$$

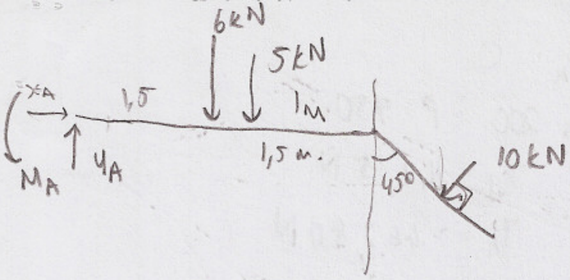
Sadece kuvvetlerle aynı doğrultuda olanı aldık!

$$(\underbrace{-3L\,W \cdot \sin\varphi + 2L \cdot F\cos\varphi}_{0}) d\varphi + (\underbrace{-WL\sin\psi + 2FL\cos\psi}_{0}) d\psi = 0$$

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{2F}{3W} \qquad W\cancel{L}\sin\psi = 2F\cancel{L} \cdot \cos\psi$$

$$\operatorname{tg}\psi = \frac{2F}{W}$$

$$W\vec{j}\,(dx_{G_1}\vec{i} + dy_{G_1} \cdot \vec{j})$$



$\Sigma x = 0$

$X_A = \frac{10\sqrt{2}}{2} \Rightarrow X_A = 5\sqrt{2}$

$\Sigma Y = 0$

$\frac{10\sqrt{2}}{2} + 6 + 5 = Y_A$

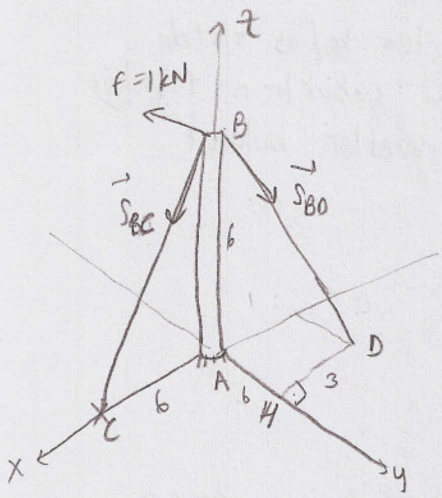
$Y_A = 18{,}078$

$\Sigma M_A = 0$

$M_A = 6 \cdot 1{,}5 + 5 \cdot 2 + 5\sqrt{2}\left(3 + 1{,}5\frac{\sqrt{2}}{2}\right) + 5\sqrt{2} \cdot 1{,}5\frac{\sqrt{2}}{2}$

$M_A = 55{,}21 \text{ kNm}$

*



$\vec{F} \parallel O y$, $AB = 6$ m

$AC = 6$ m

$AH = 6$ m

$HD = 3$ m

Şekilde gösterilen direkte BC ve BD kablolarındaki çekme kuvvetlerini, A küresel mafsalındaki tepkileri belirleyiniz. Çözümde tablo kullanınız.

Uzay st.

$\{\vec{F}, \vec{S}_{BC}, \vec{S}_{BD}, \vec{R}_A\} = 0$
(1, ?, ?, ?)

	x	y	z	X	Y	Z	L	M	N
$\vec{F}$	0	0	6	0	-1	0	6	0	0
$\vec{S}_{BC}$	0	0	6	$\frac{S_{BC}}{\sqrt{2}}$	0	$-\frac{S_{BC}}{\sqrt{2}}$	0	$\frac{6 S_{BC}}{\sqrt{2}}$	0
$\vec{S}_{BD}$	0	0	6	$-\frac{S_{BD}}{3}$	$\frac{2}{3} S_{BD}$	$-\frac{2}{3} S_{BD}$	$-4 S_{BD}$	$-2 S_{BD}$	0
$\vec{R}_A$	0	0	0	X_A	Y_A	Z_A	0	0	0
Σ				0	0	0	0	0	0

$\vec{S}_{BD} = S_{BD} \cdot \vec{e}_{BD}$

$B(0,0,6)$

$D(-3,6,0)$

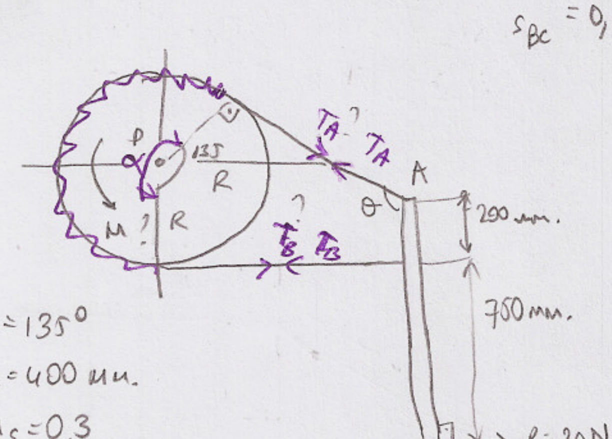
$\vec{e}_{BD} = \frac{\vec{BD}}{|\vec{BD}|}$

$= \frac{-3\vec{i} + 6\vec{j} - 6\vec{k}}{\sqrt{3^2+6^2+6^2}}$

$\frac{3}{9} \quad \frac{6}{9} \quad \frac{6}{9}$

$S_{BC} = 0{,}7 \quad S_{BD} = 1{,}5 \quad X_A = 0 \quad Y_A = 0, \quad Z_A = 1{,}5$ kN

*



$\theta = 135°$

$R = 400$ mm.

$\mu_s = 0{,}3$

$T_A > T_B$ momenti karşılamalı

Basit bant freni, kayış uçları A'da pimle ve B'de manivela koluna bağlı olacak şekilde yapılmıştır. Kola, P = 30 N'luk bir kuvvet uygulandığına göre, bant freni ile karşı konulabilen döndürme momentini belirle. (Tekerlek D'de pimle bağlı)

$T_A > T_B$

$\alpha = 180 + 45 = \frac{5\pi}{4}$ Rad.

$\frac{T_A}{T_B} = e^{\mu \alpha} \Rightarrow T_A = e^{0{,}3 \frac{5\pi}{4}} \cdot T_B$

$\Sigma M_A = 0$

$T_B \cdot 200 = P \cdot 950$

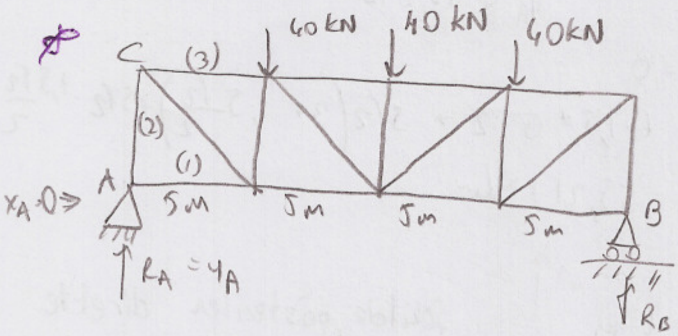
$T_B = 142{,}5\ N$

$T_A = 462{,}84\ N$

$\Sigma M_D = 0$

$T_A \cdot R = M + T_B \cdot R \qquad 462{,}84 \cdot 400 = M + 142{,}5 \cdot 400$

$M = 128{,}136\ Nm$



Şekilde görülen kafes sistde 1, 2, 3 nolu çubukların taşıdığı eksenel kuvvetleri bulunuz.

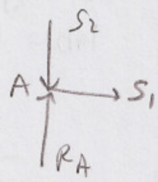
$\Sigma Y = 0$

$R_A + R_B = 120\ kN$

$\Sigma M_A = 0$

$40 \cdot 5 + 40 \cdot 10 + 40 \cdot 15 = R_B \cdot 20 \qquad R_B = R_A = 60\ kN$

A düğümü;

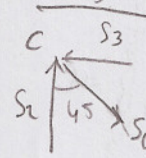


$\Sigma X = 0$

$S_1 = 0 \qquad \Sigma Y = 0$

$S_2 = R_A = 60\ kN$

C düğümü;



$\Sigma X = 0$

$S_4 \frac{\sqrt{2}}{2} = S_3$

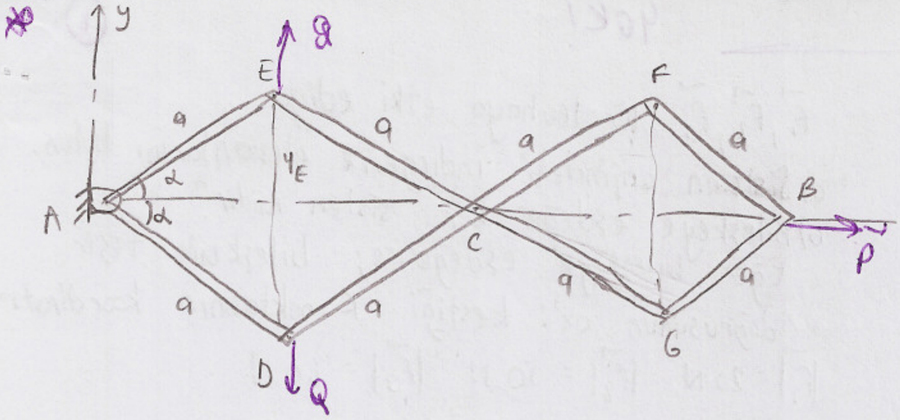
$\Sigma Y = 0$

$S_2 = S_4 \frac{\sqrt{2}}{2}$

$S_4 = \frac{120}{\sqrt{2}}\ kN$

$S_3 = 60\ kN$

(2)



A, E, D, C ve C, F, B G dörtgenleri birbirlerine eşit eşkenar dörtgenler olup, kenar uzunlukları a'dır. P ve Q arasındaki bağıntıyı virtüel iş prensibinden yararlanarak α açısını bulunuz.

$y_E = a\sin\alpha$, $dy_E = a\cos\alpha \, d\alpha$

$y_D = -a\sin\alpha$, $dy_D = -a\cos\alpha \, d\alpha$

$x_B = 4a\cos\alpha$, $dx_B = -4a\sin\alpha \, d\alpha$

$Q, -Q, P$

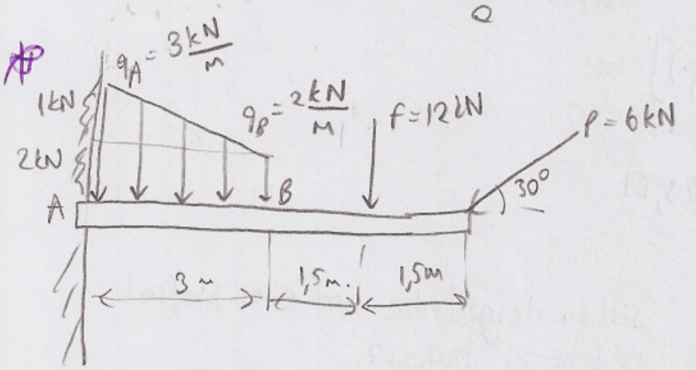
$dZ = Q\,dy_E + Q\,dy_D + P\cdot dx_B = 0$

$Q\,a\cos\alpha\, d\alpha + Q\,a\cos\alpha\, d\alpha - P\cdot 4a\sin\alpha\, d\alpha = 0$

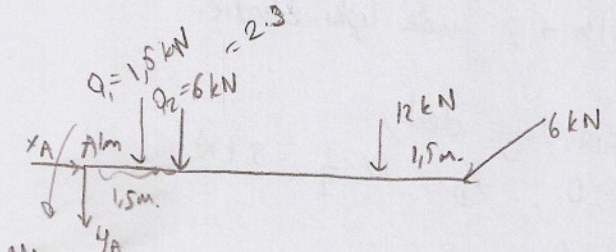
$\underbrace{(2Q\cos\alpha - P\cdot 4\cdot\sin\alpha)}_{0}\, d\alpha = 0$

$\tan\alpha = \frac{P}{2Q}$ ...

$\frac{P}{Q} = \frac{\cot\alpha}{2}$, $\frac{P}{Q} = 2\tan\alpha$



Şekildeki kirişin A noktasından 3m. uzaklıkta oluşan kesme kuvveti ve eğilme momenti değerlerini bulunuz.



$\Sigma X = 0$

$X_A = 6\cos 30°$ $X_A = 3\sqrt{3} = 5,196\ kN$

$\Sigma Y = 0$

$1,5 + 6 + 12 + 3 = Y_A$

$Y_A = 22,5\ kN$

$\Sigma M_A(S) = 0$

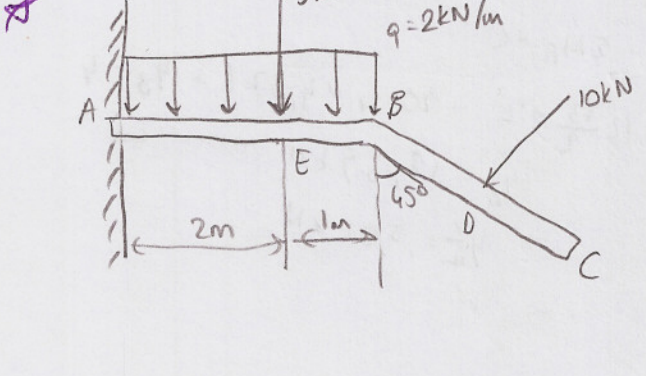
$M_A - 1,5\cdot 1 - 6\cdot 1,5 - 12\cdot 4,5 - 3\cdot 6 = 0$

$M_A = 82,5\ kN$

$x = 3\,m$;

$Q = 22,5 - 1,5 - 6 = 15\,kN$ (kesme kuvveti) veya $12 + 6\cdot\sin 30 = 15\ kN$

$M_Q = 82,5 + 1,5\cdot 2 + 6\cdot 1,5 - 22,5\cdot 3 = 27\ kN$?

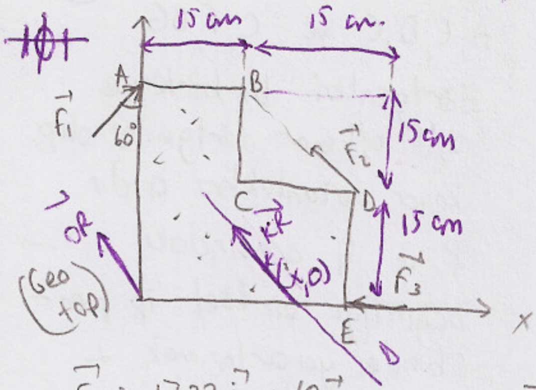


Bir ABC çubuğu şekildeki gibi mesnetlenmiştir. Rijid cisim diyagramını çiziniz mafsal tepkilerini bulunuz.

$|BD| = |DC| = 1,5\ m.$

YOK!

(1)



$\vec{F_1}, \vec{F_2}, \vec{F_3}$ bir levhaya etki ediyor.

a) Sistemin orijindeki indirgeme elemanlarını bulun.

b) Bileşkeye eşdeğer bir sistem midir? Eğer bileşkeye eşdeğerise; bileşkenin tesir doğrusunun ox'i kestiği K noktasının koordinatı

$|\vec{F_1}| = 20\,N \quad |\vec{F_2}| = 50\,N \quad |\vec{F_3}| = 40\,N$

$\vec{F_1} = 17{,}32\vec{i} + 10\vec{j}$

$\vec{F_2} = 35{,}35\vec{i} + 35{,}35\vec{j}$

$\vec{F_3} = -40\vec{i}$

$\vec{OR} = \sum_{i=1}^{n} \vec{F_i} = -58\vec{i} + 45{,}35\vec{j}$

$\vec{M_0}(S) = (\vec{OA} \wedge \vec{F_1}) + (\vec{OD} \wedge \vec{F_2}) = -519\vec{k} + 1590{,}75\vec{k} = 1071{,}15\vec{k}$

b) $\vec{OR} \neq 0$, $\vec{M_0}(S) \neq 0$ $\quad \vec{OR} \perp \vec{M_0}(S) \Rightarrow$ bileşkeye eşd. vek. sist.

$\vec{KR}$ = bileşke $\quad \vec{M_K}(S) = 0$

$\vec{KR} = \vec{OR}$

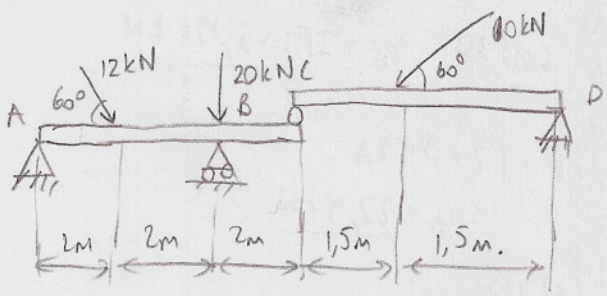
$\vec{M_K}(S) = \vec{M_0}(S) + \vec{KO} \wedge \vec{OR}$ (Geçiş teoremi) $\quad \vec{M_0}(S) = \vec{OK} \wedge \vec{KR}$ (Varignon teo)

$0 = 1071{,}15\vec{k} + \left[(-x\vec{i}) \wedge (-58\vec{i} + 45{,}35\vec{j})\right] = 0$

$1071{,}15\vec{k} - 43{,}35x \cdot \vec{k} = 0$

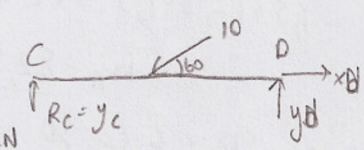
$1071{,}15 - 43{,}35x = 0 \Rightarrow x = 23{,}61$

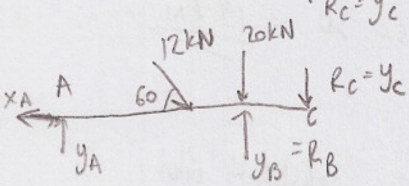
*



Sistem dengededir. Sad çit. Mafsal tepkilerini bulunuz.

pim olsa → 2 yönde tepki alırdık.





CD için denge denk,

1 $\Sigma X = 0$, $\quad x_D = 10 \cdot \frac{1}{2} = 5\,kN$

2 $\Sigma y = 0$

$y_C + y_D = \frac{\overset{5}{\cancel{10}}\sqrt{3}}{2}$

3 $\Sigma M_C = 0$

$5\sqrt{3} \cdot 1{,}5 = y_D \cdot 3 \rightarrow \boxed{\begin{array}{l} y_D = 4{,}33\,kN \\ y_C = 4{,}33\,kN \end{array}}$

AC için denge denk,

4 $\Sigma X = 0 \rightarrow x_A = 12 \cdot \frac{1}{2} = 6\,kN$

5 $\Sigma y = 0 \rightarrow y_C + 20 + \frac{12\sqrt{3}}{2} = y_A + y_B$

$y_A + y_B = 34{,}72\,kN$

6 $\Sigma M_A = 0$

$12\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 2 + 20 \cdot 4 + 4{,}33 \cdot 6 = y_B \cdot 4$

$y_B = 31{,}69\,kN$

$y_A = 3{,}02\,kN$

305