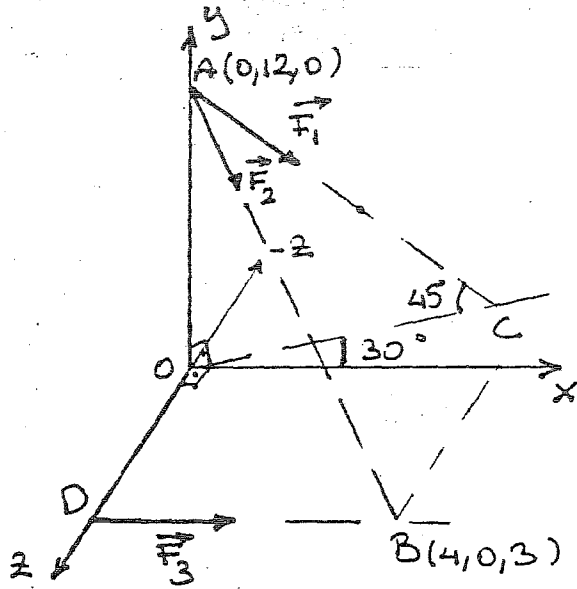




$\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ oluşturdugu vektör sisteminin:

- 0 noktasındaki indirgeme elemanlarını,
- B noktasındaki indirgeme elemanlarını,
- OB eksenine göre moment
- Invariantlarını hesaplayın

$|\vec{F}_1| = 10 \text{ N}$, $|\vec{F}_2| = 20 \text{ N}$, $|\vec{F}_3| = 30 \text{ N}$, $\vec{F}_3 \parallel \text{ox}$, $C \in (\text{oxz})$

Cözüm:

$$\vec{F}_1 = 10 \cdot \sin 45^\circ \cos 30^\circ \vec{i} - 10 \cdot \cos 45^\circ \vec{j} - 10 \sin 45^\circ \sin 30^\circ \vec{k}$$

$$\vec{F}_1 = 6,12 \vec{i} - 7,07 \vec{j} - 3,54 \vec{k}$$

$$\vec{F}_2 = 20 \cdot \vec{e}_{AB} = 20 \cdot \frac{4\vec{i} - 12\vec{j} + 3\vec{k}}{13}$$

$$\vec{F}_2 = 6,15 \vec{i} - 18,46 \vec{j} + 4,6 \vec{k}$$

$$\vec{F}_3 = 30 \vec{i}$$

	x	y	z	X	Y	Z	L	M	N
$\vec{F}_1$	0	12	0	6,12	-7,07	-3,54	-42,48	0	-73,44
$\vec{F}_2$	0	12	0	6,15	-18,46	4,6	55,2	0	-73,8
$\vec{F}_3$	0	0	3	30	0	0	0	90	0
Σ				42,27	-25,53	1,06	12,72	90	-147,24

a) $\vec{OR} = 42,27 \vec{i} - 25,53 \vec{j} + 1,06 \vec{k}$

$$\vec{M}_O(\Sigma) = 12,72 \vec{i} + 90 \vec{j} - 147,24 \vec{k}$$

b) $\vec{OR} = \vec{BR}$

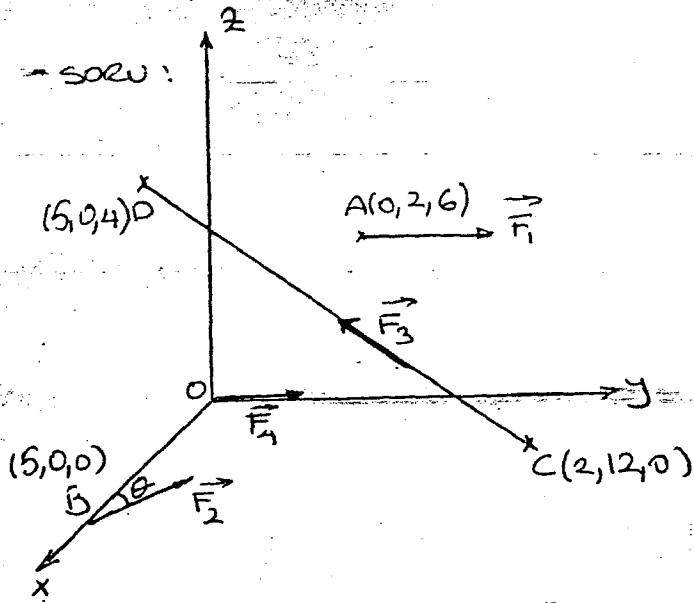
$$\vec{M}_B(\Sigma) = \vec{M}_O(\Sigma) + \vec{BO} \wedge \vec{OR} = 9,54 \vec{i} + 94,25 \vec{j} - 8,59 \vec{k}$$

c) $M_{OB}(\Sigma) = \vec{M}_O(\Sigma) \cdot \vec{e}_{OB} = (12,72 \vec{i} + 90 \vec{j} - 147,24 \vec{k}) \cdot \frac{(4\vec{i} + 3\vec{k})}{5}$

$$M_{OB}(\Sigma) = -78,168$$

d) $|\vec{R}| = 49,39$

$$\vec{M}_O(\Sigma) \cdot \vec{R} = 2679,3$$



$$\vec{F}_1 // oy, \vec{F}_2 \in xoy, \theta = 30^\circ$$

$$F_1 = 12 \text{ N}, F_2 = 40 \text{ N}, F_3 = 65 \text{ N},$$

$$F_4 = 20 \text{ N. olduğuna göre:}$$

a) Vektör sisteminin 0 noktasındaki indirgenme momentlerini bulunuz.

b) Sistemin invariantlarını bulunuz.

c) Sistem bir bileşkeye eşdeğer olabilir mi? Açıklayınız.

d) Sistemin merkezi ekseninin xoy düzlemini kestiği K noktasının koordinatlarını bulunuz.

$$a) \vec{F}_1 = 12 \vec{j}, \vec{F}_2 = -20\sqrt{3} \vec{i} + 20 \vec{j}$$

$$\vec{F}_3 = F_3 \cdot \vec{e}_{AC} \Rightarrow \vec{F}_3 = 65 \left(\frac{3\vec{i} - 12\vec{j} + 4\vec{k}}{13} \right) = 15\vec{i} - 60\vec{j} + 20\vec{k}$$

$$\vec{F}_4 = 20 \vec{j}$$

	x	y	z	X	Y	Z	L	M	N
$\vec{F}_1$	0	2	6	0	12	0	-72	0	0
$\vec{F}_2$	5	0	0	$-20\sqrt{3}$	20	0	0	0	100
$\vec{F}_3$	2	12	0	15	-60	20	240	-40	-300
$\vec{F}_4$	0	0	0	0	20	0	0	0	0
M	/	/	/	-13,6	-8	20	168	-40	-200
				$\vec{OR}$			$\vec{M}_0(s)$		

$$\vec{OR} = -13,6\vec{i} - 8\vec{j} + 20\vec{k}$$

$$\vec{M}_0(s) = 168\vec{i} - 40\vec{j} - 200\vec{k}$$

b) Invariant : 1) $|\vec{OR}| = \sqrt{13,6^2 + 8^2 + 20^2} \approx 23,13$

2) $\vec{OR} \cdot \vec{M}_0(s) = (-13,6\vec{i} - 8\vec{j} + 20\vec{k}) \cdot (168\vec{i} - 40\vec{j} - 200\vec{k})$
 $= -6972,8$

c) $\vec{M}_O(s) \cdot \vec{OR} \neq 0$ Sistem dejenere değil, tek bir vektör indirgenemez. Bir bileşkeye eşdeğer olamaz.

d) $K(x, y, 0)$ merkezi eksen üzerinde bir nokta ise

$$\vec{M}_K(s) \parallel \vec{KR}$$

$$\vec{M}_K(s) \wedge \vec{KR} = 0$$

$$\vec{KR} = \vec{OR}$$

$$\vec{M}_K(s) = \vec{M}_O(s) + \vec{KO} \wedge \vec{OR}$$

$$\vec{M}_K(s) = (168\vec{i} - 40\vec{j} - 200\vec{k}) + (-x\vec{i} - y\vec{j}) \wedge (-13,6\vec{i} - 8\vec{j} + 20\vec{k})$$

$$\vec{M}_K(s) = 168\vec{i} - 40\vec{j} - 200\vec{k} + 8x\vec{k} + 20y\vec{j} - 13,6y\vec{k} - 20y\vec{i}$$

$$\vec{M}_K(s) = (168 - 20y)\vec{i} + (-40 + 20x)\vec{j} + (-200 + 8x - 13,6y)\vec{k}$$

$$\vec{M}_K(s) \wedge \vec{KR} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ (168 - 20y) & (-40 + 20x) & (-200 + 8x - 13,6y) \\ -13,6 & -8 & 20 \end{vmatrix} = 0$$

$$\begin{aligned} \vec{M}_K(s) \wedge \vec{KR} &= [20(-40 + 20x) + 8(-200 + 8x - 13,6y)]\vec{i} \\ &\quad - [20(168 - 20y) + 13,6(-200 + 8x - 13,6y)]\vec{j} \\ &\quad + [-8(168 - 20y) + 13,6(-40 + 20x)]\vec{k} = 0 \end{aligned}$$

$$20(-40 + 20x) + 8(-200 + 8x - 13,6y) = 0 \quad (\vec{i} \text{ nin katsayısı})$$

$$20(168 - 20y) + 13,6(-200 + 8x - 13,6y) = 0 \quad (\vec{j} \text{ nin "})$$

$$-8(168 - 20y) + 13,6(-40 + 20x) = 0 \quad (\vec{k} \text{ nin "})$$

3 denklem, 2 bilinmeyen

$$x = 5,29 \quad , \quad y = 0,34$$

Merkezi eksenin xoy düzlemini kestiği $K(5,29; 0,34)$

Bu vektör sisteminin 0 noktasındaki indirgenmiş elemanları : $\vec{O\vec{R}} = -2\vec{i} + 6\vec{j} + 2\vec{k}$

$\vec{M}_0(s) = 56\vec{i} + 4\vec{j} + 14\vec{k}$ olsun. Bu vektör sisteminin:

a) Invariantlarını,

b) Nege değeri olduğunu,

c) Merkezi eksen üzerinde bir noktada indirgenmiş elemanlarını bulunuz.

a) $|\vec{O\vec{R}}| = \sqrt{4 + 36 + 4} = \sqrt{44} \approx 6,63$

$$\vec{O\vec{R}} \cdot \vec{M}_0(s) = (-2\vec{i} + 6\vec{j} + 2\vec{k}) \cdot (56\vec{i} + 4\vec{j} + 14\vec{k}) = -112 + 24 + 28 = -60$$

$$\vec{M}_0(s) \cdot \vec{e}_{OR} = \vec{M}_0(s) \cdot \frac{\vec{O\vec{R}}}{|\vec{O\vec{R}}|} = \frac{-60}{6,63} \approx -9,049$$

b) $\vec{M}_0(s) \cdot \vec{O\vec{R}} \neq 0$ sistem dejenerer değil. Tek bir vektöre indirgenemez.

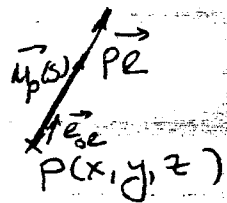
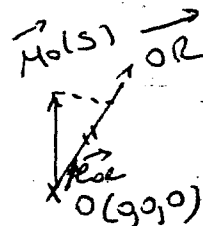
c) $P(x, y, z)$ merkezi eksen üzerinde bir nokta olsun.

$$\vec{P\vec{R}} = \vec{O\vec{R}} = -2\vec{i} + 6\vec{j} + 2\vec{k}$$

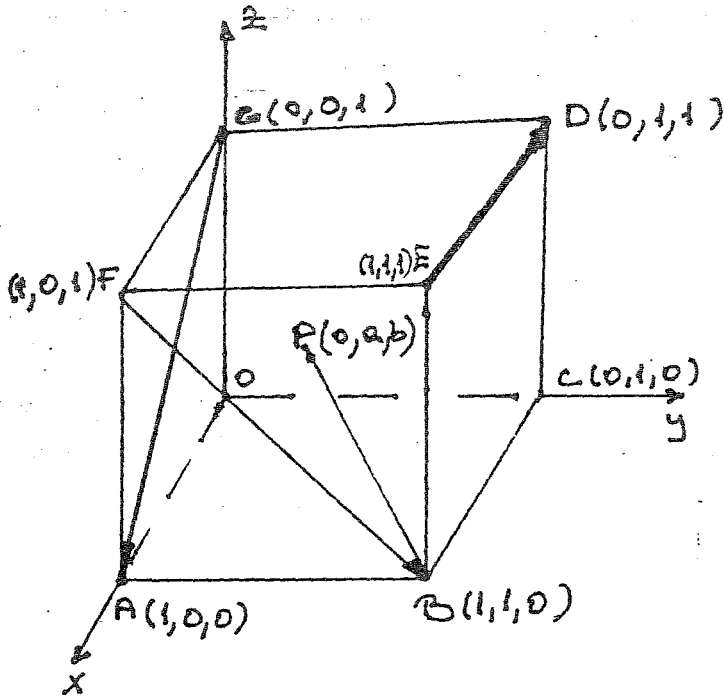
$$\vec{M}_P(s) = (\vec{M}_0(s) \cdot \vec{e}_{OR}) \cdot \vec{e}_{OR}$$

$$\vec{M}_P(s) = -9,049 \cdot \frac{(-2\vec{i} + 6\vec{j} + 2\vec{k})}{6,63}$$

$$\vec{M}_P(s) = 2,729\vec{i} - 8,183\vec{j} - 2,729\vec{k}$$



Merkezi eksen üzerindeki moment bulundu.



Şekildeki $\{\vec{GA}, \vec{FB}, \vec{EO}, \vec{EP}\}$ vektör sistemi verilmektedir. yz düzlemindeki P noktasının konumu için sistemin merkez eksenini $C(0,1,0)$ noktasından geçmektedir. $P(0,a,b)$ noktasının koordinatlarını bulunuz.

Merkezi eksen üzerinde bir nokta olan C 'nin koordinatları bilindiğine göre: $\vec{M}_C(s) \wedge \vec{CR} = 0$

$$\vec{CR} = \vec{GA} + \vec{FB} + \vec{EO} + \vec{EP}$$

$$\vec{CR} = (\vec{i} - \vec{k}) + (\vec{j} - \vec{k}) + (-\vec{i}) + (-\vec{i} + (a-1)\vec{j} + b\vec{k})$$

$$\vec{CR} = -\vec{i} + a\vec{j} + (b-2)\vec{k}$$

$$\vec{M}_0(s) = (\vec{OG} \wedge \vec{GA}) + (\vec{OF} \wedge \vec{FB}) + (\vec{OE} \wedge \vec{EO}) + (\vec{OB} \wedge \vec{BP})$$

$$\vec{M}_0(s) = [(\vec{k}) \wedge (\vec{i} - \vec{k})] + [(\vec{i} + \vec{k}) \wedge (\vec{j} - \vec{k})] + [(\vec{i} + \vec{j} + \vec{k}) \wedge (-\vec{i})] + [(\vec{i} + \vec{j}) \wedge (-\vec{i} + (a-1)\vec{j} + b\vec{k})]$$

$$\vec{M}_0(s) = (b-1)\vec{i} + (1-b)\vec{j} + (a+2)\vec{k}$$

$$\vec{M}_C(s) = \vec{M}_0(s) + \vec{CO} \wedge \vec{OR} \quad (\text{Geçerli teo.})$$

$$\vec{M}_C(s) = [(b-1)\vec{i} + (1-b)\vec{j} + (a+2)\vec{k}] + [(-\vec{j}) \wedge (-\vec{i} + a\vec{j} + (b-2)\vec{k})]$$

$$\vec{M}_C(s) = \vec{i} + (1-b)\vec{j} + (a+1)\vec{k}$$

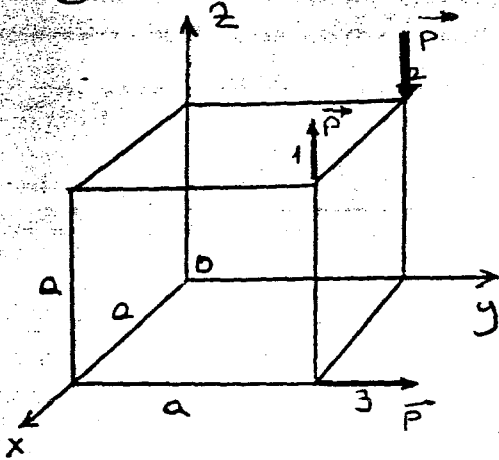
$$\vec{M}_C(s) \wedge \vec{CR} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & 1-b & a+1 \\ -1 & a & b-2 \end{vmatrix} = 0$$

$$= -(a^2 + b^2 - 3b + a + 2)\vec{i} + (1 - a - b)\vec{j} + (a - b + 1)\vec{k} = 0$$

$$a = 0$$

$$b = 1$$

soru: Şekildeki kübün köşelerine şekilde görüldüğü gibi üç kuvvet etki ediyor. Bu sistemin başlangıçtan geçen tek bir kuvvete eşdeğer olabilmesi için, sisteme etki etmesi gereken Q şiddetinde ve x eksenine yönündeki kuvvetin (yoz) düzlemini deldiği A noktasının koordinatlarını bulun.



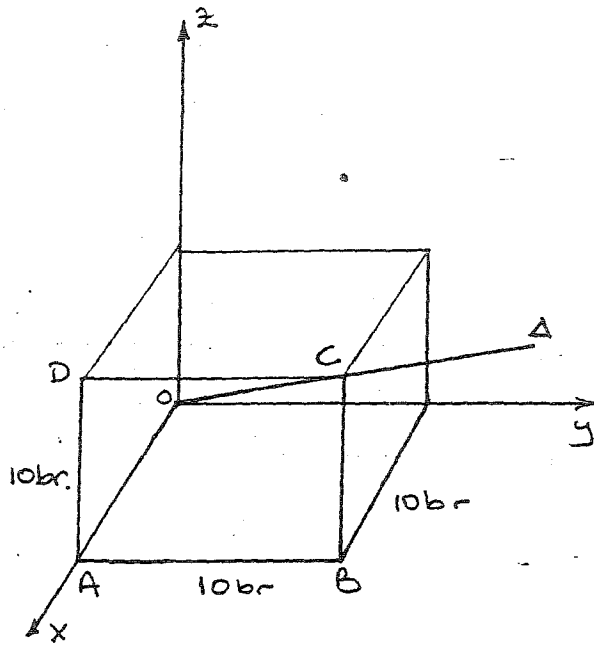
Gözüm: Sisteme ilâve edilen $\vec{Q} = Q\vec{i}$ şeklinde yazılmalıdır, (x eksenine yönünde ve Q modülünde bir vektör), etki ettiği $A(0, y, z)$ koordinatına sahip bir noktadır. Yeni sistemin tek bir kuvvete eşdeğer olabilmesi için de dejenerelik şartını sağlamalıdır.

	x	y	z	X	Y	Z	M_{0x}	M_{0y}	M_{0z}
$\vec{P}_1$	a	a	a	0	0	P	ap	-ap	0
$\vec{P}_2$	0	a	a	0	0	-P	-ap	0	0
$\vec{P}_3$	a	a	0	0	P	0	0	0	ap
Q	0	y	z	Q	0	0	0	zQ	-yQ
Σ				Q	P	0	0	(-ap+zQ)	(ap-yQ)

$$\begin{aligned} \vec{R} &= Q\vec{i} + P\vec{j} \\ \vec{M}_0(s) &= (-ap + zQ)\vec{j} + (ap - yQ)\vec{k} \end{aligned} \quad \left. \begin{aligned} \vec{R} \cdot \vec{M}_0(s) &= 0 \quad (\text{dejenerelik şartı}) \\ \vec{R} \neq 0 &\rightarrow \vec{M}_0(s) = 0 \end{aligned} \right\}$$

$$\vec{M}_0(s) = 0 \rightarrow \begin{aligned} -ap + zQ &= 0 \rightarrow ap = zQ \\ ap - yQ &= 0 \rightarrow ap = yQ \end{aligned} \quad \left. \begin{aligned} & \\ & \end{aligned} \right\} y = z$$

Q kuvveti $y=z$ eşitliğini sağlayacak her A noktasında yoz düzlemini kesebilir.



Bileşkesi $\vec{R} = -10\vec{i} + 10\vec{j} + 10\vec{k}$
momenti $\vec{M}_O(S) = 100\vec{i} + 200\vec{k}$ olan
bir vektör sistemi ile $O(0,0,0)$
ve $C(10,10,10)$ noktasından geçen
bir Δ doğrusu veriliyor. Δ 'nın
üzerinde öyle bir $\vec{C}$ kayan vektör
belirlenir ki bu vektörün sisteme
ilavesi ile elde edilen sistem tek bir
kayan vektöre denk olsun.

$$\vec{OC} = 10(\vec{i} + \vec{j} + \vec{k})$$

$$\vec{C} = |\vec{C}| \cdot \frac{\vec{OC}}{|\vec{OC}|}$$

$$\vec{C} = |\vec{C}| \cdot \frac{10(\vec{i} + \vec{j} + \vec{k})}{10\sqrt{3}}$$

$\vec{M}_Q(S)$: ikinci durumdaki moment

$$\vec{M}_{O_1}(S) = \vec{M}_O(S) \quad (\vec{C} \text{ için } \vec{M}_O(\vec{C}) = 0)$$

$$\vec{M}_O(S) \cdot \vec{R}_1 = 0 \quad (\text{dejenere olma şartı})$$

$$(-100\vec{i} + 200\vec{k}) \cdot \left[10(-\vec{i} + \vec{j} + \vec{k}) + |\vec{C}| \cdot \frac{(\vec{i} + \vec{j} + \vec{k})}{\sqrt{3}} \right] = 0$$

$$|\vec{C}| = -30\sqrt{3}$$

$$\vec{C} = -30\sqrt{3} \frac{(\vec{i} + \vec{j} + \vec{k})}{\sqrt{3}}$$

$$\vec{C} = -30(\vec{i} + \vec{j} + \vec{k})$$

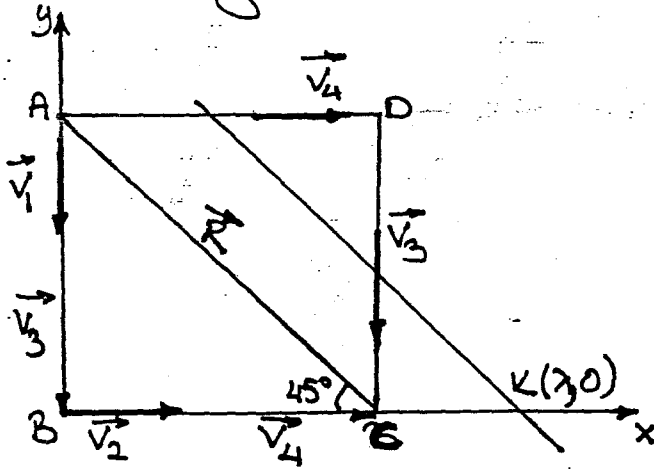
R : ilk durumdaki geometrik top

R_1 : ikinci durumdaki geometrik top

$$\vec{R}_1 = \vec{R} + \vec{C}$$

$$\vec{R}_1 = 10(-\vec{i} + \vec{j} + \vec{k}) + |\vec{C}| \cdot \frac{(\vec{i} + \vec{j} + \vec{k})}{\sqrt{3}}$$

Kenar uzunlukları 100 cm olan bir karein kenarları üzerinde şekilde verildiği gibi $\vec{V}_1, \vec{V}_2, \vec{V}_3, \vec{V}_4$ veriliyor. Vektörlerin modülleri sırası ile 1, 2, 4, 3'dür. Bileşkenin doğrultusunu, modülünü ve etki doğrultusunun denklemini bulunuz.



$\vec{V}_1, \vec{V}_3, \vec{V}_2, \vec{V}_4$ sırasinda çizilirse kuvvet poligonu, bir kenarı 5 birim olan ikizkenar dik üçgendir. Geometrik toplam ox eksenine ile 45° lik açı yapar

Merkezi eksenin Bx 'i kestiği nokta $K(x, 0)$ ve merkezi eksen üzerindeki nokta $P(x, y)$ ise:

- 1) K noktasında $|\vec{M}_K(s)| = 0$
- 2) $\vec{K}P \parallel \vec{R}$ dir.

$$\vec{M}_K(s) = \vec{M}_0(s) + \vec{K}P \wedge \vec{R}$$

$$\vec{M}_K(s) = -700\vec{k} + (-\lambda\vec{i}) \wedge (5\vec{i} - 5\vec{j}) = (-700 + 5\lambda)\vec{k} = 0$$

$$\lambda = 140$$

Buna göre 1)'den :

$$|\vec{M}_K(s)| = (\lambda - 100) \cdot 4 + \lambda \cdot 1 - 100 \cdot 3 = 0 \rightarrow \lambda = 140 \text{ bulunur}$$

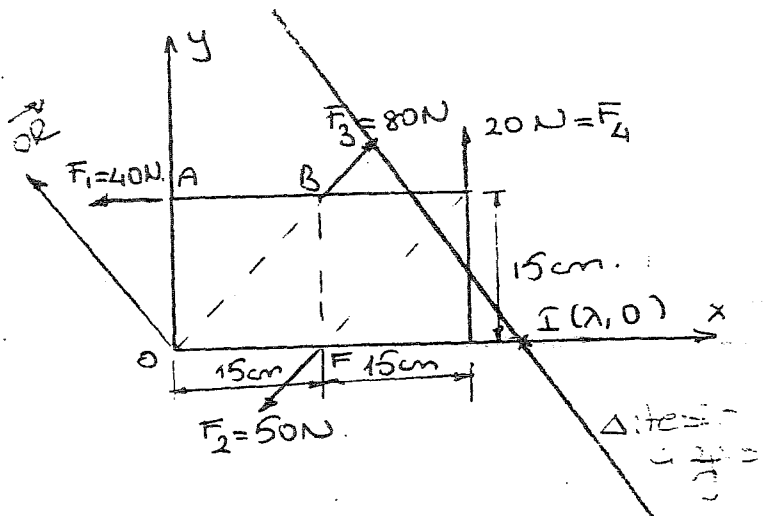
$$2)'den: \vec{K}P = (x - 140)\vec{i} + y\vec{j}, \vec{R} = 5\vec{i} - 5\vec{j}$$

$$\vec{K}P \wedge \vec{R} = 0 \rightarrow \frac{x - 140}{5} = \frac{y}{-5}$$

$$\text{Merkezi eksen denklemini: } x + y - 140 = 0 \text{ bulunur.}$$

	x	y	X	Y	N
$\vec{V}_1$	0	100	0	-1	0
$\vec{V}_2$	0	0	+2	0	0
$\vec{V}_3$	100	100	0	-4	400
$\vec{V}_4$	0	100	+3	0	-300
Σ			5	-5	700

şekil: 15, 30 cm. lik levhaya dört kuvvet etmektedir.
Bu dört kuvvetin bileşkesini ve bileşkenin tesir çizgisini
levha kenarını kestiği iki noktayı bulunuz.



	x	y	X	Y	M_{O2}
$\vec{F}_1$	0	15	-40	0	600
$\vec{F}_2$	15	0	$-25\sqrt{2}$	$-25\sqrt{2}$	-530,25
$\vec{F}_3$	15	15	$40\sqrt{2}$	$40\sqrt{2}$	0
$\vec{F}_4$	30	15	0	20	600
Σ			-18,79	41,21	669,75

$$\vec{O2} = -18,79\vec{i} + 41,21\vec{j}, \quad \vec{M}_{O2} = 669,75\vec{k}$$

$I(\lambda, 0)$ Merkezi eksen üzerinde bir nokta olsun.

$$\vec{M}_I(s) = \vec{M}_O(s) + \vec{IO} \wedge \vec{O2} = 669,75\vec{k} + (-\lambda\vec{i}) \wedge (-18,79\vec{i} + 41,21\vec{j})$$

$$\vec{M}_I(s) = 669,75\vec{k} - 41,21\lambda\vec{k} = 0 \quad (\vec{M}_I(s) = 0 \text{ çünkü sistem bileşkeye eşdeğer})$$

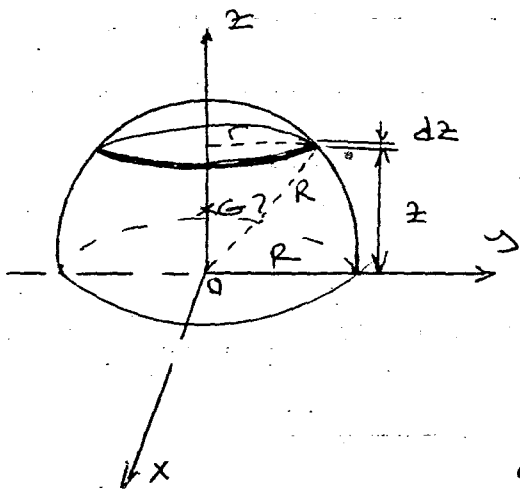
$$\lambda = 16,25$$

$K(0, \mu)$ Merkezi eksen belirleyen ikinci bir nokta

$$\vec{M}_K(s) = 669,75\vec{k} + (1-\mu\vec{j}) \wedge (-18,79\vec{i} + 41,21\vec{j}) = 0$$

$$\mu = 35,64$$

Merkezi eksen $I(16,25; 0)$, $K(35,64; 0)$ noktalarından geçen $\vec{O2}$ 'ye paralel Δ eksenidir.



R yarıçaplı içi dolu yarımküre
kürenin ağırlık merkezinin orijinde
uzaklığını integral yardımıyla bulur

$$r^2 + z^2 = R^2$$

$$r^2 = R^2 - z^2$$

$$dm = \rho \cdot \pi r^2 dz \quad (\text{Elementer parça } \rho \text{ yoğunluk, } dz \text{ kalınlıklı disk})$$

$$dm = \rho \pi (R^2 - z^2) dz$$

$$\bar{z} = \frac{\int z dm}{\int dm}$$

$$\int z dm = \int_0^R z (\pi \rho (R^2 - z^2) dz) =$$

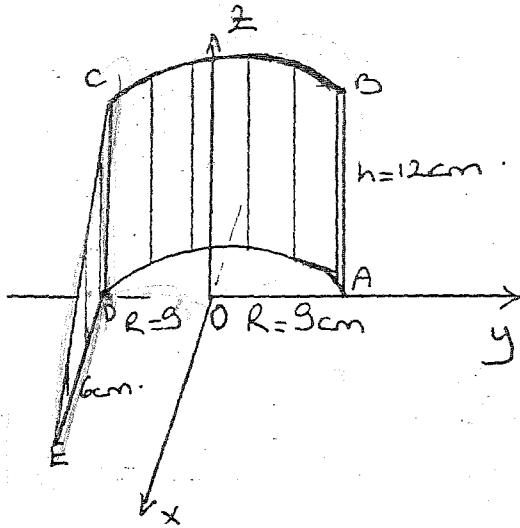
$$\int_0^R \pi \rho (R^2 z - z^3) dz =$$

$$\pi \rho \left| \frac{R^2 \cdot z^2}{2} - \frac{z^4}{4} \right|_0^R = \pi \rho \frac{R^4}{4}$$

$$\int dm = \int_0^R \pi \rho (R^2 - z^2) dz = \pi \rho \left| R^2 z - \frac{z^3}{3} \right|_0^R$$

$$\int dm = \frac{2}{3} \pi \rho R^3 \quad (\text{yarım kürenin kütlesi})$$

$$\bar{z} = \frac{\pi \rho \frac{R^4}{4}}{\frac{2}{3} \pi \rho R^3} = \underline{\underline{\frac{3}{8} R}}$$



yarım silindirin yüzey şeklinde
bükülmüş levhanın CD kenarına
xoz düzlemine paralel bir dik üç
eklenmiştir. Homojen cismin
ağırlık merkezini belirleyiniz

$$|OG_1| = R \frac{\sin \theta}{\theta} = 3 \frac{1}{\pi/2} = \frac{18}{\pi}$$

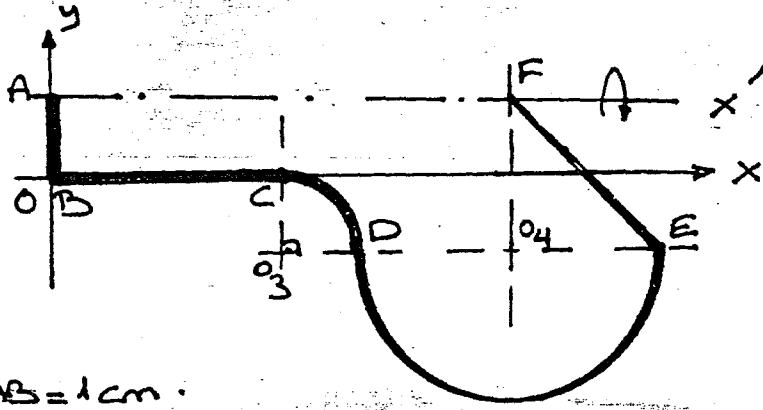
$$m_1 = \frac{1}{2} \pi R h \rho = \pi \cdot 3 \cdot 12 \cdot \rho$$

	x	y	z	m	m _x	m _y	m _z
1	$-\frac{18}{\pi}$	0	6	$108\pi \rho$	-1944	0	$648\pi \rho$
2	2	-3	4	36ρ	72ρ	-324ρ	144ρ
Σ	/	/	/	375ρ	-1872ρ	-324ρ	21792ρ

$$\xi = 4,99 \text{ cm.}$$

$$\eta = -0,864 \text{ cm.}$$

$$\zeta = 5,81 \text{ cm.}$$



Şekildeki telin x' eksenini etrafında 360° dönmesiyle oluşacak yüzey alanı bulunuz.

$$AB = 1 \text{ cm}$$

$$BC = 3 \text{ cm}, r_{CD} = O_3C = 1 \text{ cm}, r_{DE} = O_4D = 2 \text{ cm}, \dots$$

	x_i	y_i	L_i	$L \cdot x_i$	$L \cdot y_i$
AB 1	0	0,5	1	0	0,5
BC 2	1,5	0	3	4,5	0
CD 3	3,636	-0,363	1,57	5,71	-0,57
DE 4	6	-2,27	6,28	37,699	-14,262
EF 5	7	0	2,828	19,798	0
Σ	/	/	14,681	67,7	-14,832

$$\bar{x} = 4,61, \bar{y} = -0,97$$

$$\text{Alan} = \sum_{i=1}^n L_i \cdot 2\pi \cdot (1 - \bar{y})$$

$$\text{Alan} = 14,681 \cdot 2\pi \cdot 1,97 = 181,7 \text{ cm}^2$$

$$|O_3G_3| = \frac{1\sqrt{2} \cdot 4}{2\pi}$$

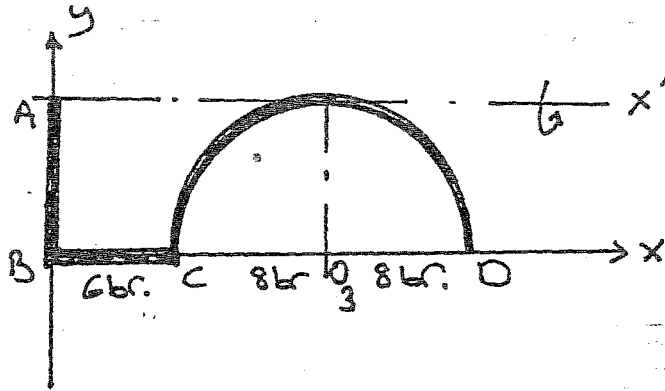
$$x_3 = 3 + \frac{4\sqrt{2}}{2\pi} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 3,636$$

$$y_3 = 1 - \frac{4}{2\pi} = -0,363$$

$$L_3 = \frac{2\pi R}{4} = \frac{\pi}{2}$$

$$|O_4G_4| = \frac{2}{\pi}$$

$$y_4 = -\left(1 + \frac{2 \cdot 2}{\pi}\right) = -3$$



Şekildeki telin x' ekseninde 180° döndürülmesiyle oluşan yüzey alanı hesaplayınız.

	x	y	L	Lx	Ly
AB	0	4	8	0	32
BC	3	0	6	18	0
CD	14	5,09	25,1	351,8	127,92
Σ	/	/	39,1	369,8	159,92

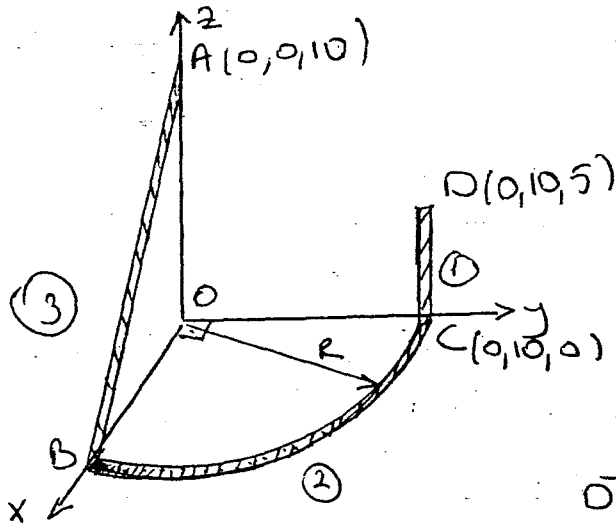
$$0,363 = R \frac{\sin \theta}{\theta} = 8 \cdot \frac{1}{2}$$

$$0,363 = 5,09$$

$$\xi = 3,45 \quad ; \quad \eta = 4,09$$

$$\text{Alan}_{x'} = 39,1 \cdot \pi \cdot 3,9 = 480,28$$

↓
(8 - 4,09)



$$\overline{AB} = 10 \text{ kg}$$

$$\overline{BC} = 20 \text{ kg}$$

$\overline{CD} = 8 \text{ kg}$ olduğuna göre
yandaki şeklin ağırlık mer-
kezinin koordinatlarını bul

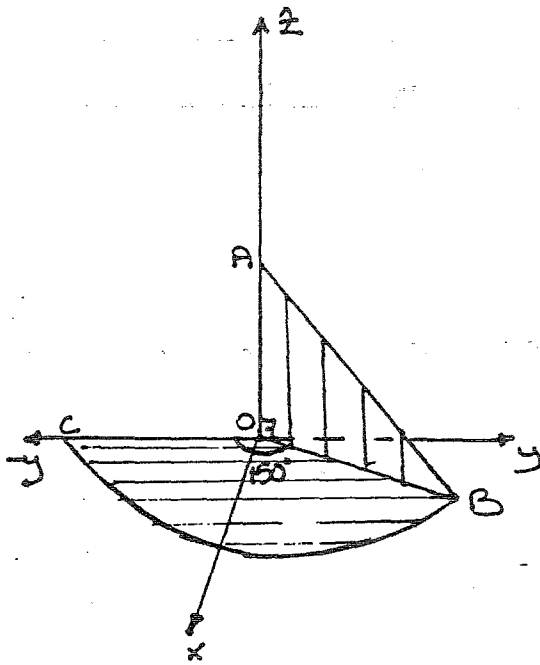
$$\overline{OC} \parallel oz, \overline{BC} \in xoy, \overline{AB} \in xoz$$

$$|OG_2| = R \frac{\sin \theta}{\theta} = R \frac{\sqrt{2}}{2} \frac{4}{\pi} = 2 \frac{\sqrt{2} R}{\pi}, \quad x_2 = |OG_2| \cos 45^\circ$$

$$x_2 = \frac{2\sqrt{2} R}{\pi} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{2R}{\pi}$$

	x_i	y_i	z_i	m_i	$m_i x_i$	$m_i y_i$	$m_i z_i$
1	0	10	25	8	0	80	20
2	$\frac{20}{\pi}$	$\frac{20}{\pi}$	0	20	127,32	127,32	0
3	5	0	5	10	50	0	50
Σ	/	/	/	38	177,32	207,32	70

$$\bar{x} = \frac{177,32}{38} = 4,67, \quad \bar{y} = \frac{207,32}{38} = 5,46, \quad \bar{z} = \frac{70}{38} = 1,84$$



Şekildeki tarafa dan gibi kesilip
bükülmüş homojen sacdan levhanın
ağırlık merkezi koordinatlarını bulunu

$$|OA| = 30 \text{ br.}$$

$$|OC| = 60 \text{ br.}$$

Gözüm : 1 nolu parça OAB dik üçgeni
2 nolu parça OCB daire dilini

$$x_1 = \frac{|OB|}{3} \cos 60^\circ = 10 \text{ br.}$$

$$y_1 = \frac{|OB|}{3} \sin 60^\circ = 10\sqrt{3} \text{ br.}$$

$$m_1 = |OA| \cdot \frac{|OB|}{2} \cdot \rho = 900\rho$$

$$|OG_2| = \frac{2}{3} \cdot R \frac{\sin \theta}{\theta}$$

$$|OG_2| = \frac{2}{3} \cdot 60 \frac{\sin 75^\circ}{\frac{5\pi}{12}} \approx 28,51$$

$$x_2 = |OG_2| \cdot \sin 75^\circ = 28,50 \text{ br}$$

$$y_2 = |OG_2| \cdot \cos 75^\circ = -7,63 \text{ br.}$$

$$m_2 = \pi R^2 \rho \cdot \frac{15}{36} = 4712,38\rho$$

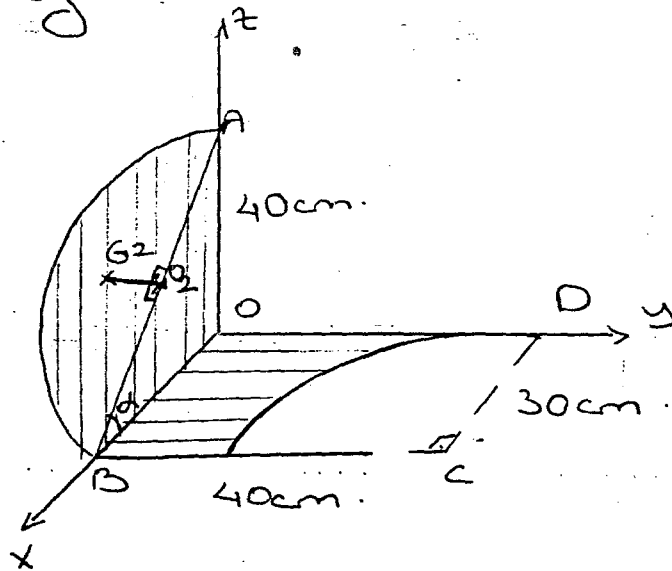
	x_i	y_i	z_i	m_i	$m_i x_i$	$m_i y_i$	$m_i z_i$
1	10	17,32	10	900\rho	9000\rho	15588\rho	9000\rho
2	28,5	-7,63	0	4712,38\rho	134303\rho	-35955\rho	0
Σ				5612,38\rho	143303\rho	-20367\rho	9000\rho

$$G(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})$$

$$\bar{x} = \frac{\Sigma m_i x_i}{\Sigma m_i} = 25,53 \text{ br} \quad , \quad \bar{y} = \frac{\Sigma m_i y_i}{\Sigma m_i} = -3,629 \quad , \quad \bar{z} = \frac{\Sigma m_i z_i}{\Sigma m_i} = 1,603$$

$$G(25,53, -3,629, 1,603)$$

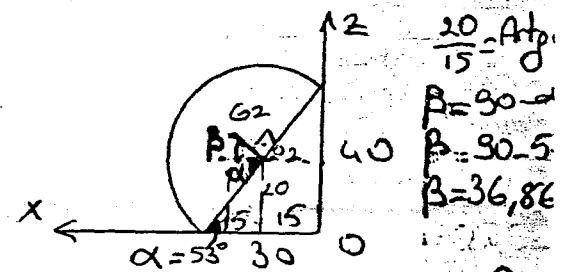
Şekildeki taralı alan gibi kesilip bükülmüş homojen ağırlık merkezinin koordinatlarını bulunuz.



$$AB = (40^2 + 30^2)^{1/2} = 50 \text{ cm.}$$

$$|O_2 G_2| = \frac{2}{3} R \frac{\sin \theta}{\theta} = \frac{2}{3} \cdot 25 \frac{\sin 9}{\pi/2}$$

$$|O_2 G_2| = 10,61 = \frac{100}{3\pi}$$



$$x_2 = 15 + O_2 G_2 \cdot \cos \beta$$

$$x_2 = 15 + \frac{100}{3\pi} \cdot \cos 36,8$$

$$x_2 = 23,48$$

$$z_2 = 20 + O_2 G_2 \sin \theta$$

$$O_4 G_4 = CG_4 = \frac{2}{3} \cdot 30 \cdot \frac{\sin 45}{\pi/4}$$

$$CG_4 = \frac{40\sqrt{2}}{\pi}$$

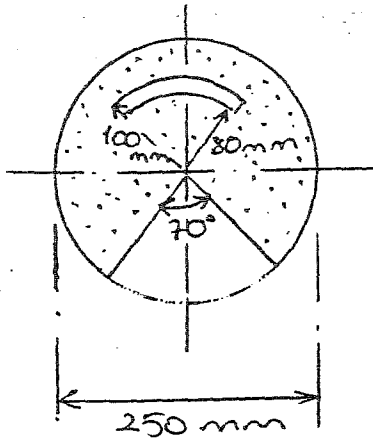
$$x = 40 - \frac{40\sqrt{2}}{\pi} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$$

	x_i	y_i	z_i	m_i	$m \cdot x_i$	$m \cdot y_i$	$m \cdot z_i$
1	10	0	$\frac{40}{3}$	600p	6000p	0	8000p
2	23,48	0	26,36	$\frac{\pi \cdot 25^2}{2} p$	2305p	0	25878p
3	15	20	0	1200p	18000p	24000p	0
4	$30 - \frac{40}{\pi}$	$40 - \frac{40}{\pi}$	0	7068p	72205p	13272p	0
Σ	/	/	/	2074,9	34846	4728	33878

$$\bar{x} = \frac{\Sigma m \cdot x_i}{\Sigma m_i} = 16,79$$

$$\eta = 2,27$$

$$\bar{z} = 16,327$$



Taraklı alan şeklindeki levhanın
ağırlık merkezini hesaplayınız.

$$I_{OG_1} = \frac{2}{3} 125 \frac{\sin 145^\circ}{\frac{29\pi}{36}} = 18,887$$

$$I_{OG_2} = \frac{2}{3} 100 \frac{\sin 35^\circ}{\frac{7\pi}{36}} = 62,59$$

$$I_{OG_3} = \frac{2}{3} 80 \frac{\sin 35^\circ}{\frac{7\pi}{36}} = 50,07$$

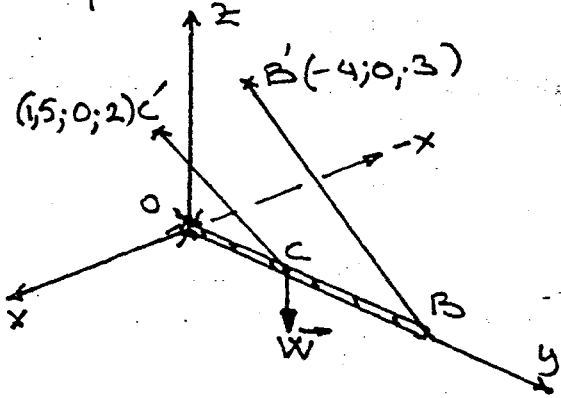
Simetrik $x = 0$

	y	m _i	m _i y _i
1	18,887	33,542,6	746,841
2	62,59	-6,108,6	-382,37,27
3	50,07	3,909,53	195,777,53
Σ	/	37343,53	560281,33.

$$\bar{x} = 0$$

$$\bar{y} = \frac{560.281,33}{37.343,53} = 15_m$$

$W = 2400 \text{ N}$. ağırlıklı homojen orz çubuğu, O ucundan mafsallı, C ve B noktalarından CC' , BB' ipleri ile asılı yatay olarak dengededir. O mafsalındaki tepkiyi ve iplerdeki kuvvetleri hesaplayınız. $|OB| = 10 \text{ dm}$.



$$\vec{S}_{CC'} = S_{CC'} \cdot \vec{e}_{CC'}$$

$$\vec{S}_{CC'} = \frac{1,5\vec{i} - 5\vec{j} + 2\vec{k}}{5,53}$$

$$\vec{S}_{BB'} = S_{BB'} \cdot \vec{e}_{BB'}$$

$$\vec{S}_{BB'} = \frac{-4\vec{i} - 10\vec{j} + 3\vec{k}}{11,18}$$

$$\{S_{BB'}, \vec{S}_{CC'}, \vec{W}, R_0\} = 0$$

5 bilinmeyen, 5 denklem yeterli

	x	y	z	X	Y	Z	M _{0x}	M _{0y}	M _{0z}
$\vec{W}$	0	5	0	0	0	-2400	-12000	0	0
$\vec{S}_{CC'}$	0	5	0	0,27 $S_{CC'}$	-0,88 $S_{CC'}$	0,35 $S_{CC'}$	1,78 $S_{CC'}$	0	-13,5 $S_{CC'}$
$\vec{S}_{BB'}$	0	10	0	-0,35 $S_{BB'}$	-0,88 $S_{BB'}$	0,27 $S_{BB'}$	2,7 $S_{BB'}$	0	3,58 $S_{BB'}$
R_0	0	0	0	x_0	y_0	z_0	0	0	0
Σ				0 (1)	0 (2)	0 (3)	0 (4)	0	0 (5)

$$S_{CC'} \approx -1429 \text{ N}$$

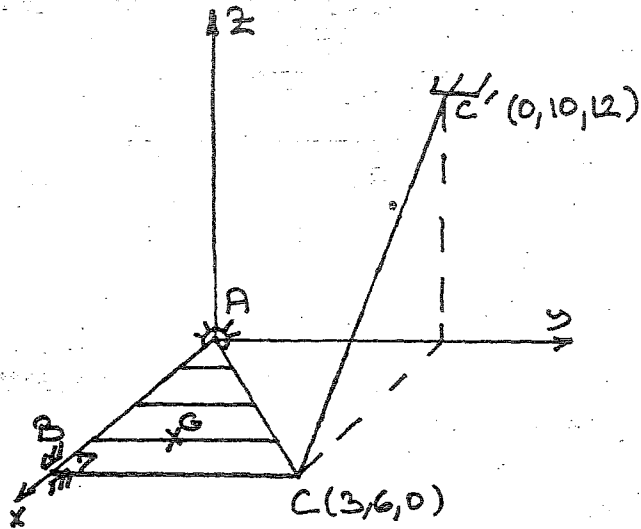
$$S_{BB'} \approx 5389,2 \text{ N}$$

$$x_0 = 2315,16 \text{ N}$$

$$y_0 = 6081 \text{ N}$$

$$z_0 = 1455 \text{ N}$$

$$R_0 = 6667,4 \text{ N}$$



800 N. ağırlığındaki ABC üçgen şeklindeki homojen levha A noktasından küresel mafsallı, B noktasından silindirik mafsallı ve C noktasından ip ile C' noktasına asılıdır. Levha yatay konumda dengededir. AB noktalarındaki mafsal tepkilerini ve ipteki gerilme kuvvetini hesapla

$$\vec{S}_{CC'} = |S_{CC'}| \cdot \vec{e}_{CC'}$$

$$\vec{S}_{CC'} = S_{CC'} \left[\frac{-3\vec{i} + 4\vec{j} + 12\vec{k}}{13} \right]$$

$$\{\vec{W}, \vec{S}_{CC'}, \vec{R}_B, \vec{R}_A\} = 0$$

	x	y	z	X	Y	Z	L	M	N
$\vec{W}$	2	2	0	0	0	-800	-1600	+1600	0
$\vec{S}_{CC'}$	3	6	0	$-\frac{3}{13}S_{CC'}$	$\frac{4}{13}S_{CC'}$	$\frac{12}{13}S_{CC'}$	$\frac{72}{13}S_{CC'}$	$-\frac{36}{13}S_{CC'}$	$-\frac{12}{13}S_{CC'}$
$\vec{R}_B$	3	0	0	0	y_B	z_B	0	$-3z_B$	$3y_B$
$\vec{R}_A$	0	0	0	x_A	y_A	z_A	0	0	0
Σ				0	0	0	0	0	0

$$\Sigma X = 0$$

$$-\frac{3}{13}S_{CC'} + x_A = 0 \quad (1)$$

$$\Sigma Y = 0$$

$$\frac{4}{13}S_{CC'} + y_B + y_A = 0 \quad (2)$$

$$\Sigma Z = 0$$

$$-800 + \frac{12}{13}S_{CC'} + z_B + z_A = 0 \quad (3)$$

6 denklem'den 6 bilinmeyen çözülür :

$$S_{CC'} = 288,8 \text{ N.}$$

$$z_B = 266,6 \text{ N.}$$

$$y_B = 88,8 \text{ N.}$$

$$x_A = 66,6 \text{ N.}$$

$$y_A = -177,6 \text{ N.}$$

$$z_A = -266,8 \text{ N.}$$

$$R_B = \sqrt{y_B^2 + z_B^2}$$

$$R_A = \sqrt{x_A^2 + y_A^2 + z_A^2}$$

$$\vec{OQ} = 0$$

$$\vec{M}_O(s) = 0$$

$$\Sigma M_{Ox} = 0$$

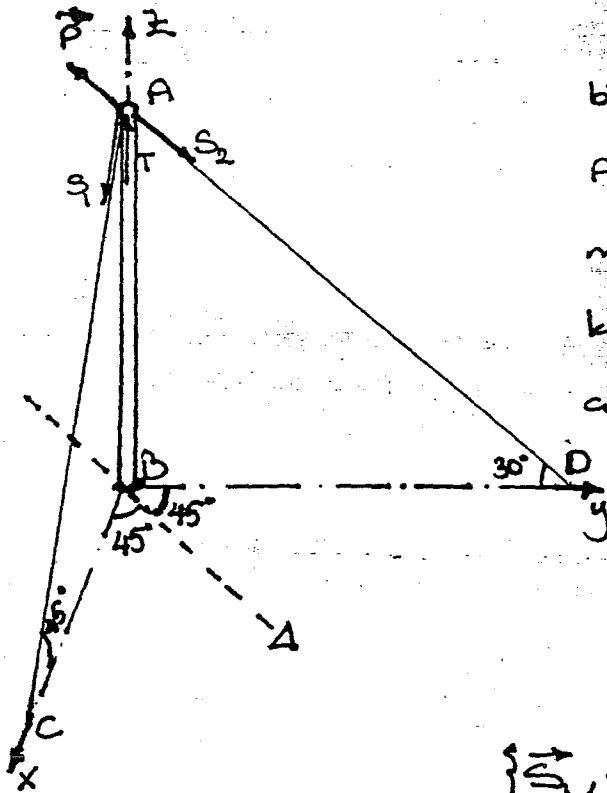
$$-1600 + \frac{72}{13}S_{CC'} = 0 \quad (4)$$

$$\Sigma M_{Oy} = 0$$

$$1600 - \frac{36}{13}S_{CC'} - 3z_B = 0 \quad (5)$$

$$\Sigma M_{Oz} = 0$$

$$-\frac{12}{13}S_{CC'} + 3y_B = 0 \quad (6)$$



AB ağırlığı B ucundan konik bir yuvaya oturmakta, A ucundan AC ve AD gerpi telleri ile tutulmuş olup yatay 2000 N.lık $\vec{P}$ kuvveti ile çekilmektedir. AB ağırlığını ağırlıksız kabul ederek AB ağırlığından meydana gelen $\vec{T}$ kuvveti ve gerpi tellerindeki kuvvetleri

hesaplayınız. ($\vec{P} \parallel \Delta$)
($\Delta \in xoy$)

$$\{\vec{S}_1, \vec{S}_2, \vec{T}, \vec{P}\} \equiv 0$$

Sistemdeki kuvvetler bir noktada kesişen kuvvetler

$$\vec{T} = T \cdot \vec{k}$$

$$\vec{P} = -2000 \frac{\sqrt{2}}{2} \vec{i} - 2000 \frac{\sqrt{2}}{2} \vec{j}$$

$$\vec{S}_1 = |\vec{S}_1| \frac{\sqrt{2}}{2} \vec{i} - |\vec{S}_1| \frac{\sqrt{2}}{2} \vec{k}$$

$$\vec{S}_2 = |\vec{S}_2| \frac{\sqrt{3}}{2} \vec{j} - |\vec{S}_2| \frac{1}{2} \vec{k}$$

$$\vec{OR} = \sum X \cdot \vec{i} + \sum Y \cdot \vec{j} + \sum Z \cdot \vec{k} = 0$$

$$\sum X = 0 \rightarrow \frac{S_1 \sqrt{2}}{2} - 1000 \sqrt{2} = 0 \quad (1)$$

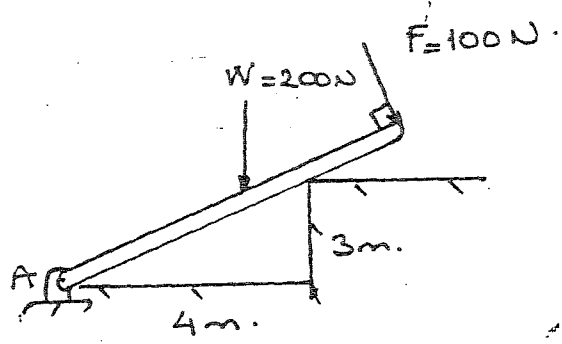
$$\sum Y = 0 \rightarrow \frac{S_2 \sqrt{3}}{2} - 1000 \sqrt{2} = 0 \quad (2)$$

$$\sum Z = 0 \rightarrow -\frac{S_1 \sqrt{2}}{2} - \frac{S_2}{2} + T = 0 \quad (3)$$

$$T = 2230,71 \text{ N.}$$

$$S_1 = 2000 \text{ N.}$$

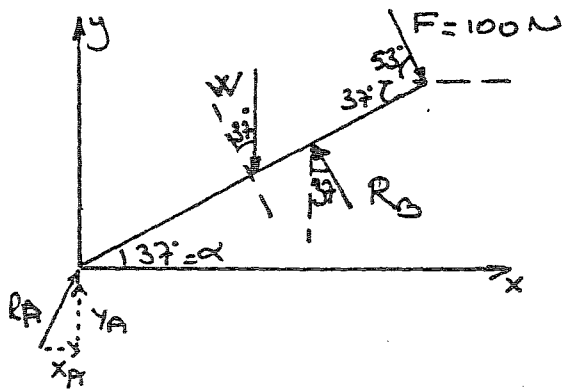
$$S_2 = 4898,9 \text{ N.}$$



8m uzunluklu ve 200N ağırlıklı düzün AC çubuğu A ucundan sabit mesnete mafsallı olup bir B köşe sine dayalı olarak durmaktadır.

Çubuğun C ucuна kendine dik 100N.

ağırlıklı ağırlı bir F kuvveti uygulanmıştır. B noktasındaki tepkiyi ve A mafsal tepkisini hesaplayınız.



$$\sin \alpha = \frac{3}{5} \rightarrow \alpha = 37^\circ$$

$$\{\vec{R}_A, \vec{W}, \vec{F}, \vec{R}_B\} = 0$$

$$\sum x = 0$$

$$x_A + F \cos 53^\circ - R_B \cos 53^\circ = 0 \quad (1)$$

$$\sum y = 0$$

$$-W + y_A - F \sin 53^\circ + R_B \sin 53^\circ = 0 \quad (2)$$

$$\sum M_A = 0$$

$$200 \cdot \cos 37^\circ \cdot 4 + 100 \cdot 8 - R_B \cdot 5 = 0 \quad (3)$$

$$159,7 \cdot 4 + 800 = 5R_B$$

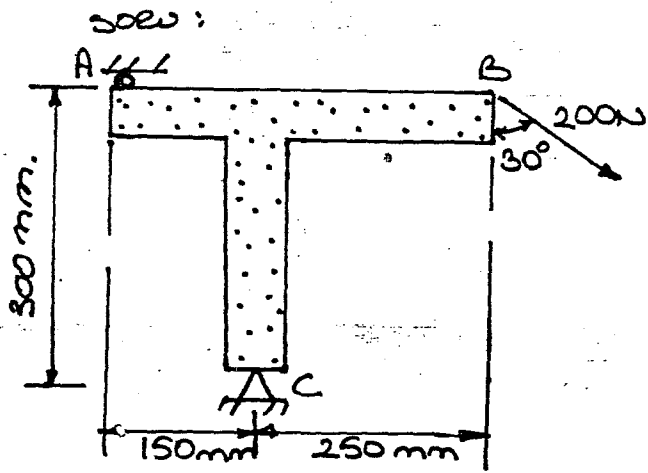
$$R_B = 287,78$$

$$(1) \text{ 'den } x_A = 287,78 \cdot 0,6 - 100 \cdot 0,6$$

$$x_A = 112,66 \text{ N.}$$

$$(2) \text{ 'den } -200 + y_A - 100 \cdot 0,75 + 287,78 \cdot 0,75$$

$$y_A = 51,65 \text{ N.}$$



Şekildeki cisimde oluşan tepki kuvvetlerini hesaplayınız.

$$\sum M_c = 0$$

$$150 \cdot R_A + 200 \cdot \cos 60^\circ \cdot 300 + 200 \cdot \sin 60^\circ \cdot 250 = 0 \quad (1)$$

$$\sum y = 0$$

$$R_{cy} - 488,7 - 200 \sin 60^\circ = 0 \quad (2)$$

$$\sum x = 0$$

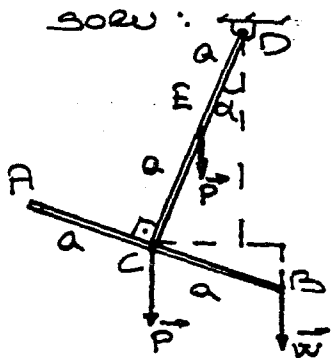
$$R_{cx} + 200 \cos 60^\circ = 0 \quad (3)$$

$$R_A = -488,7 \text{ N.}$$

$$R_{cx} = -100 \text{ N.}$$

$$R_{cy} = 661,9 \text{ N.}$$

$$\left. \begin{array}{l} R_{cx} = -100 \text{ N.} \\ R_{cy} = 661,9 \text{ N.} \end{array} \right\} R_c = \sqrt{R_{cx}^2 + R_{cy}^2}$$



Birbirinin aynısı olan AB ve CD çubukları bir rijit T teşkil etmek üzere birbirine kaynatılmıştır. Şekilde görüldüğü gibi D ucundan mafsalı olarak asılmıştır. Çubuklar dikey düzlem içindedir. B ucuna W kuvveti etkidiği zaman CD çubuğunun dikeyle yaptığı açısını hesaplayınız. (Her iki çubuk eşit P ağırlığına sahiptir.) ($AB = 2a$, $CD = 2a$)

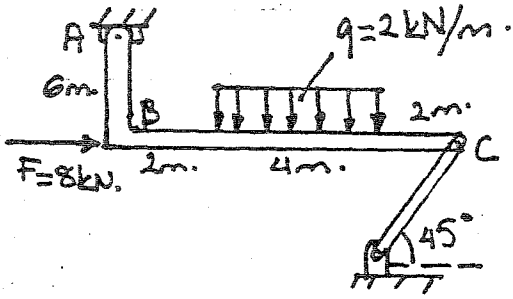
Sistem dengede olduğuna göre D etrafında dönmüyor. Yani:

$$\sum M_D = 0 \text{ dir.}$$

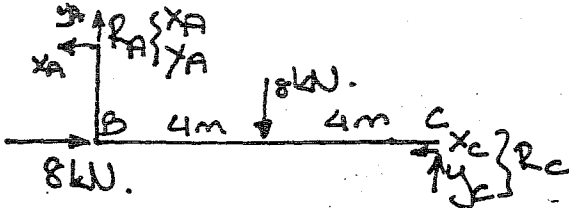
$$P \cdot a \cdot \sin \alpha + P \cdot 2a \cdot \sin \alpha - W(a \cos \alpha - 2a \sin \alpha) = 0$$

$$(3P + 2W) \sin \alpha = W \cos \alpha$$

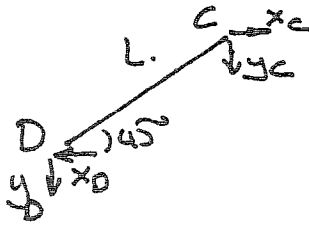
$$\tan \alpha = \frac{W}{3P + 2W}$$



Şekildeki sistemde aubukların ağırlıkları ihmal edildiğinde A ve D'deki mesnet tepkilelerini hesaplayınız.



Serbest cisim diyagramları



ABC aubuşu için denklemleri yazmak

$$\sum X = 0 \rightarrow 8 - X_A - X_C = 0$$

$$X_A + X_C = 8 \quad (1)$$

$$\sum Y = 0 \rightarrow 8 - Y_A - Y_C = 0$$

$$Y_A + Y_C = 8 \quad (2)$$

$$\sum M_A = 0 \rightarrow 8 \cdot 6 - 8 \cdot 4 - X_C \cdot 6 + Y_C \cdot 8 = 0$$

$$48 - 32 - 6X_C + 8Y_C = 0$$

CD aubuşu için denge denklemleri:

$$\sum X = 0 \rightarrow X_D = X_C \quad (4)$$

$$\sum Y = 0 \rightarrow Y_D = Y_C \quad (5)$$

$$\sum M_D = 0 \rightarrow X_C \cdot l \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - Y_C \cdot l \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$$

$$X_C = Y_C \quad (6)$$

(3) ve (6) denklemlerinden:

$$3X_C = 8 + 4X_C$$

$$X_C = -8 \text{ kN}$$

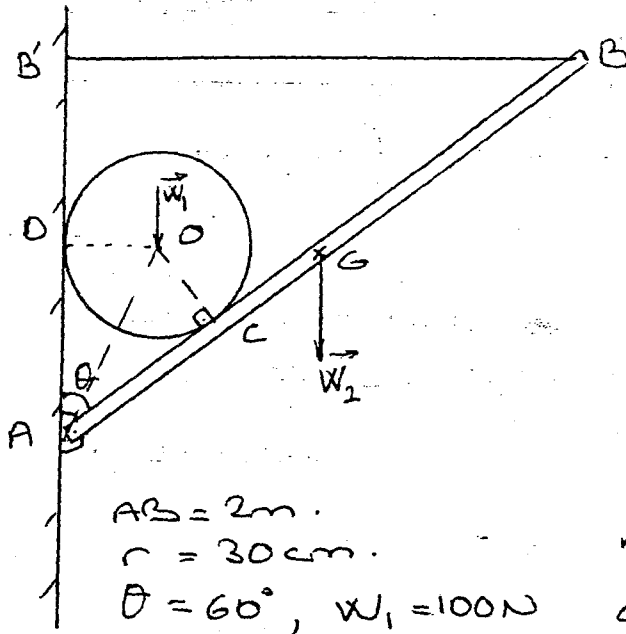
$$Y_C = -8 \text{ kN}$$

$$X_D = -8 \text{ kN}$$

$$Y_D = -8 \text{ kN}$$

$$X_A = 16 \text{ kN}$$

$$Y_A = 16 \text{ kN}$$



$$AB = 2m.$$

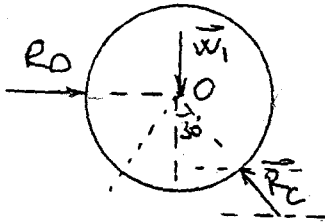
$$r = 30cm.$$

$$\theta = 60^\circ, W_1 = 100N$$

$$W_2 = 200N$$

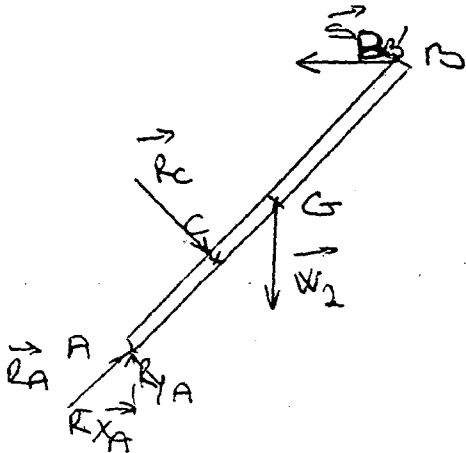
A ucundan mafsallı ve B ucundan yatay BB' ipliyle bağlı AB çubuğunun üzerine W_1 ağırlıklı bir küre konmuştur. Küre çubuk ve dikey duvara dayalı olarak dengededir. A mafsalındaki tepkiyi ve BB' ipine çekme kuvvetini hesaplayınız.

$$\tan \frac{\theta}{2} = \frac{OC}{AC} \rightarrow AC = \frac{30cm}{0,577} \rightarrow AC = 51,96cm.$$



Küre için serbest cisim diyagramından:

$$\begin{aligned} \sum X = 0 &\rightarrow R_D - R_C \sin 30^\circ = 0 \\ \sum Y = 0 &\rightarrow R_C \cos 30^\circ - W_1 = 0 \end{aligned} \left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\} \begin{array}{l} R_C = 115,4 \\ R_D = 57,7 \end{array}$$



Çubuk için serbest cisim diyagramı

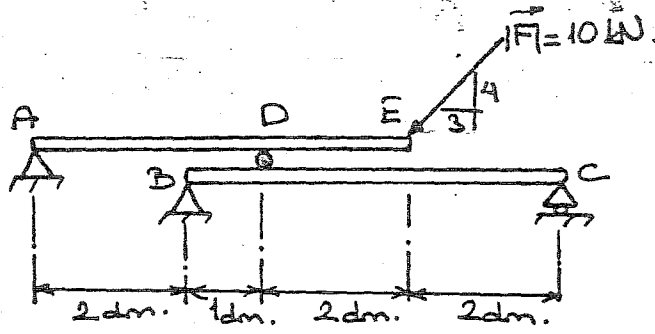
$$\sum X = 0 \rightarrow R_{xA} - S + R_C \cos 60^\circ = 0$$

$$\sum Y = 0 \rightarrow R_{yA} - W_2 - R_C \sin 60^\circ = 0$$

$$\sum M_A = 0 \rightarrow -R_C \cdot AC - W_2 \cdot AG \cos 30^\circ + S \sin 30^\circ = 0$$

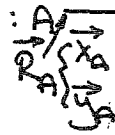
$$\left. \begin{array}{l} R_{xA} = 175,4 N \\ R_{yA} \approx 300 N \end{array} \right\} \begin{array}{l} \vec{R}_A = R_{xA} \vec{i} + R_{yA} \vec{j} \\ R_A \approx 347 N \end{array}$$

$$S \approx 233,2 N.$$



Şekildaki taşıyıcı sistemde
mafsallı tepkilerini hesaplayın

AE, Serbest cisim diyagramı:



$$\{\vec{R}_A, \vec{R}_D, \vec{F}\} \equiv 0$$

denge denklemleri: $\sum x = 0 \rightarrow x_A - 10 \sin \alpha = 0$

$\sum y = 0 \rightarrow y_A + R_D - 10 \cos \alpha = 0$

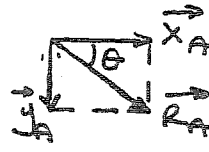
$\sum M_A = 0 \rightarrow R_D \cdot 3 - 10 \cos \alpha \cdot 5 = 0$

$x_A = 6 \text{ kN}, R_D = 13,33 \text{ kN}$

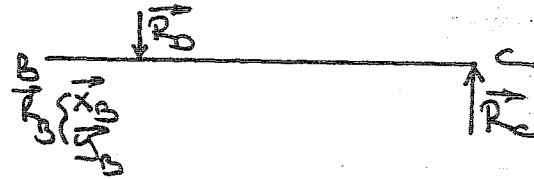
$y_A = -5,33 \text{ kN}$

$|\vec{R}_A| = \sqrt{x_A^2 + y_A^2} = 8,025 \text{ kN}$

$\theta = 41,61^\circ$



BC, Serbest cisim diyagramı:



$$\{\vec{R}_B, \vec{R}_D, \vec{R}_C\} \equiv 0$$

$\sum x = 0 \rightarrow x_B = 0$

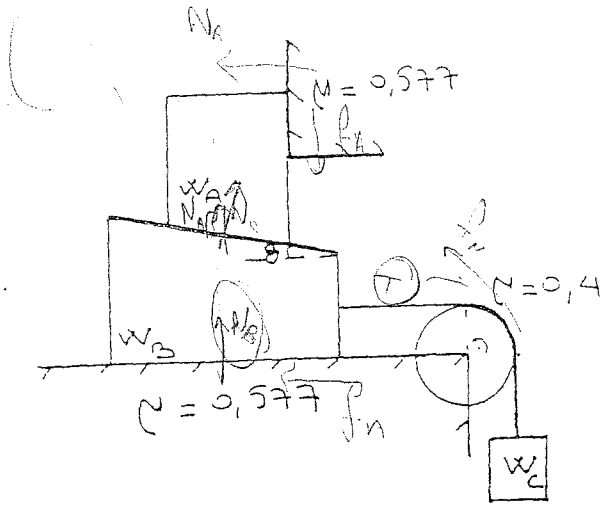
$\sum y = 0 \rightarrow y_B + R_C - R_D = 0$

$\sum M_B = 0 \rightarrow -R_D \cdot 1 + R_C \cdot 5 = 0$

$R_C = 2,66 \text{ kN}$

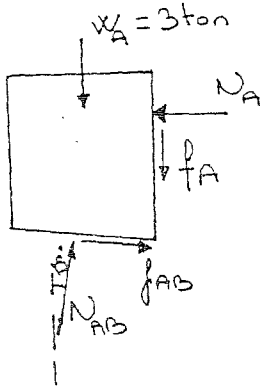
$y_B = 10,66 \text{ kN}$

$R_B = 10,66 \text{ kN}$



Şekildeki sistemde makara -
daki sürtünme katsayısı 0,4 ve
diğer yüzeylerdeki sürtünme katsayısı
0,577'dir. $W_A = 3 \text{ ton}$, $W_B = 1 \text{ ton}$
ve $\theta = 15^\circ$ olduğuna göre B'nin
sağa doğru hareketini sağlayacak
olan W_C ağırlığını bulunuz.

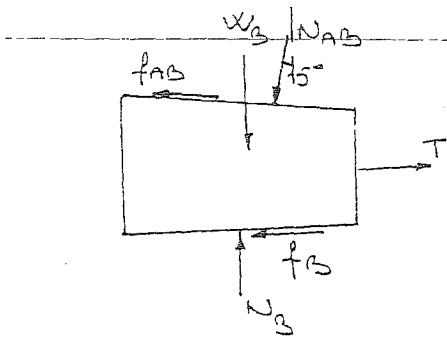
Gözüm :



$$\sum x = 0 \rightarrow N_{AB} \sin 15^\circ + f_{AB} \cos 15^\circ - N_A = 0$$

$$\sum y = 0 \rightarrow -f_{AB} \sin 15^\circ - f_A - W_A + N_{AB} \cos 15^\circ = 0$$

$$f_{AB} = \mu N_{AB}, \quad f_A = \mu N_A$$

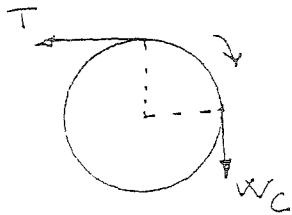


$$\sum x = 0 \rightarrow T - f_B - f_{AB} \cos 15^\circ - N_{AB} \sin 15^\circ = 0$$

$$\sum y = 0 \rightarrow N_B - W_B - N_{AB} \cos 15^\circ + f_{AB} \sin 15^\circ = 0$$

$$f_B = N_B \cdot \mu$$

$$T = 11,8 \text{ ton}$$

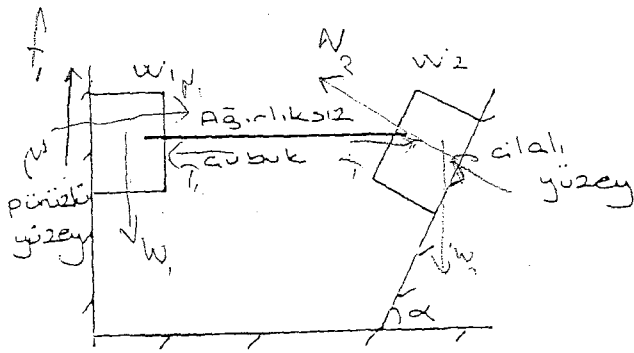


$$\beta = \pi/2, \quad \mu = 0,4$$

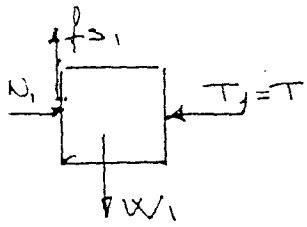
$$\frac{W_C}{T} = e^{\mu \beta} \quad ?$$

$$W_C = 11,8 \cdot e^{0,4 \frac{\pi}{2}} = 22,12 \text{ ton}$$

Öğr. Gör. Dr. Zülkarnain Kaner
İstatik Gözümle Problemeleri - 2 -



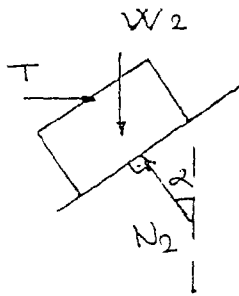
W_1, μ, α değerleri belli olduğuna göre şekildaki sistemin W_1 ağırlı kaymadan gübük yatay olacak şekilde dengede kalabilmesi için W_2 ağırlığı W_1 ne olmalıdır

$$W_2 = f(W_1, \mu, \alpha)$$


$$\begin{aligned} \sum x = 0 & \quad N_1 - T = 0 & \quad T = N_1 \\ \sum y = 0 & \quad f_1 - W_1 = 0 & \quad f_1 = \mu N_1 = \mu T \end{aligned}$$

$$\mu T - W_1 = 0$$

$$T = \frac{W_1}{\mu} \quad (1)$$

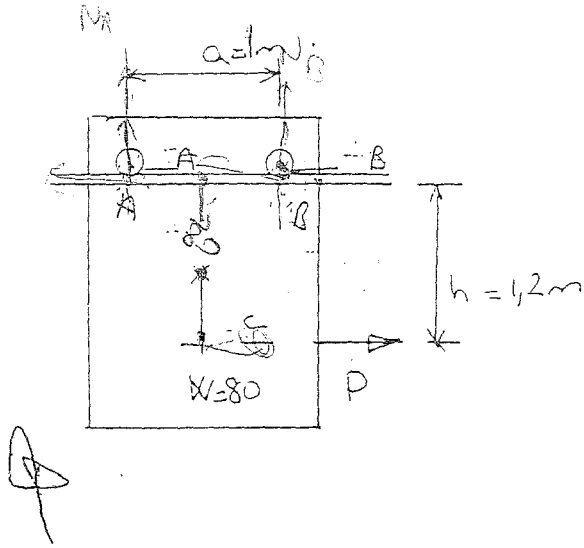


$$\begin{aligned} \sum x = 0 & \quad T - N_2 \sin \alpha = 0 \\ \sum y = 0 & \quad N_2 \cos \alpha - W_2 = 0 \end{aligned}$$

$$N_2 = \frac{W_2}{\cos \alpha}$$

$$\Rightarrow \frac{W_1}{\mu} - \frac{W_2}{\cos \alpha} \sin \alpha = 0$$

$$\therefore W_2 = \frac{W_1}{\mu \tan \alpha}$$



Ağırlığı $W = 80 \text{ kg}$ olan bir sürmekapı
şekilde gösterildiği gibi yatay bir ray
A ve B noktalarında asılmıştır.

Ray ile kapı arasındaki $\mu_A = 0,2$,
 $\mu_B = 0,3$ olduğuna göre kapıyı sağa
doğru hareket ettirmek için C noktasına
uygulanmaz gereken yatay P
kuvveti ne kadar olmalıdır?

$$\sum F_x = 0 \rightarrow P - f_A - f_B = 0$$

$$f_A + f_B = P, \quad 0,2 N_A + 0,3 N_B = P$$

$$\sum F_y = 0 \rightarrow N_A + N_B = W$$

$$\sum M_A = 0 \rightarrow -\frac{1}{2} \cdot 80 + 1 \cdot N_B + 1,2 \cdot P = 0$$

$$N_B + 1,2P = 40$$

$$N_B = 40 - 1,2P$$

$$\rightarrow N_A = 80 - 40 + 1,2P$$

$$N_A = 40 + 1,2P$$

$$0,2(40 + 1,2P) + 0,3(40 - 1,2P) = P$$

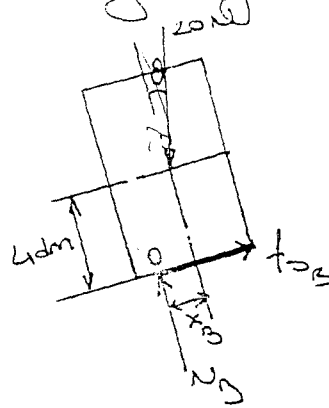
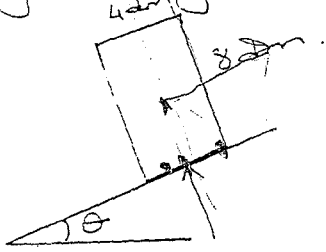
$$8 + 0,24P + 12 - 0,36P = P$$

$$20 = 1,12P$$

$$P = 17,857$$

(3)

Homojen 20 N. ağırlığında blok ile düzlem arasındaki sürtünme katsayısı $\mu_s = 0,55$ dir. Bloğu harekete başlatacak en büyük eğim açısını bulunuz. Normal tekiyi çekilde bloğa hangi noktadan etkiğini gösteriniz.



serbest cisim diyag.
 $\{\vec{W}, \vec{f}_{sB}, \vec{N}_B\} = 0$

$$\sum x = 0 \rightarrow 20 \sin \theta - f_{sB} = 0 \quad (1)$$

$$\sum Y = 0 \rightarrow N_B - 20 \cos \theta = 0 \quad (2)$$

$$\sum M_o = 0 \rightarrow 20 \cdot \sin \theta \cdot 4 - 20 \cdot \cos \theta \cdot x = 0 \quad (3)$$

$$f_{sB} = \mu_s \cdot N_B \Rightarrow f_{sB} = 0,55 \cdot N_B \quad (4)$$

$$\rightarrow 20 \cdot \sin \theta - 0,55 N_B = 0 \rightarrow N_B = 17,5 \text{ N.}$$

$$f_{sB} = 9,64 \text{ N.}$$

$$\theta = 28,8^\circ$$

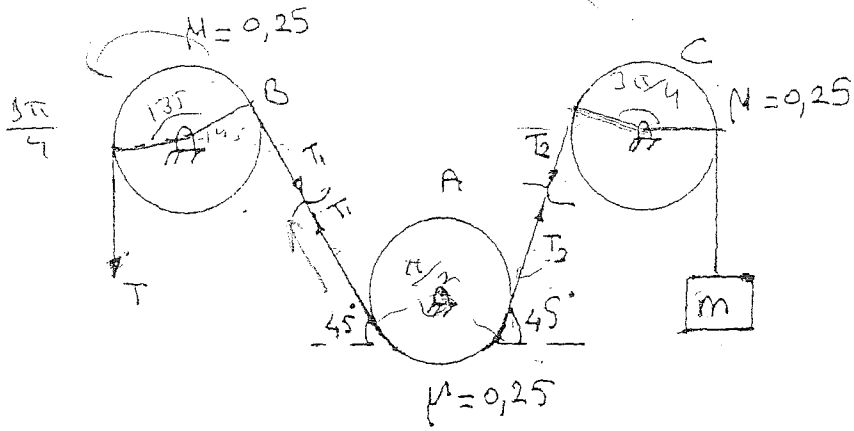
$$x = 2,2 \text{ dm.}$$

$$x = 2,2 \text{ dm} > 2 \text{ dm. (Blok kayar)}$$

$$\underline{x = 2 \text{ dm}} \text{ olsa idi. } N_B = 17,9 \text{ N.}$$

$$f_{sB} = 9,84 \text{ N}$$

$$\theta = 26,6^\circ$$



Şekilde görülen sistemdeki üç makarada r yarıçaplıdır. $T = 500 \text{ N}$ (ma) olduğunda sistemin dengede kalabilmesi için m yükü ne olmalıdır?

$$\alpha_B = 180^\circ - 45^\circ = 135^\circ = \frac{3\pi}{4}$$

$$\alpha_A = 180^\circ - 45^\circ - 45^\circ = 90^\circ = \frac{\pi}{2}$$

$$\alpha_C = 180^\circ - 45^\circ = 135^\circ = \frac{3\pi}{4}$$

$$\frac{T}{T_1} = e^{\mu \alpha_B} \rightarrow T_1 = \frac{500}{e^{0,25 \cdot \frac{3\pi}{4}}} = 277,4 \text{ N}$$

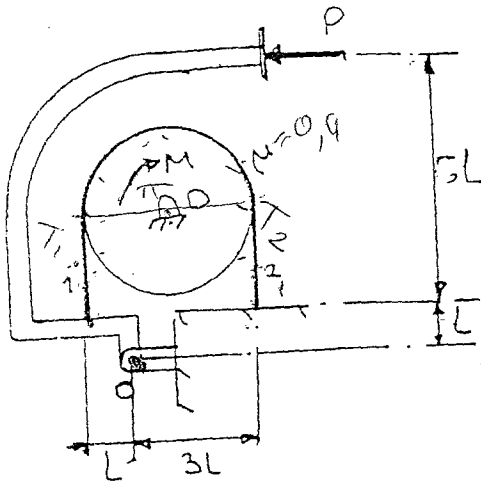
$$\frac{T_1}{T_2} = e^{\mu \alpha_A} \rightarrow T_2 = \frac{277,4}{e^{0,25 \cdot \frac{\pi}{2}}} = 187,3 \text{ N}$$

$$\frac{T_2}{W} = e^{\mu \alpha_C} \rightarrow W = \frac{187,3}{e^{0,25 \cdot \frac{3\pi}{4}}}$$

$$W = 103,32 \text{ N}$$

S_1

P.



Şekildeki sistemde $P=100 \text{ N}$ luk kuvvet ile frenlenebilecek en büyük momentin değerini hesaplayınız.
 $R=12 \text{ cm}$, $\mu=0,4$

$$\sum M_O = 0$$

$$S_1 L - P \cdot 6L = 0 \rightarrow S_1 = 600 \text{ N.}$$

$$S_1 > S_2$$

$$\frac{S_1}{S_2} = e^{\mu \cdot \theta} \rightarrow S_2 = \frac{600}{e^{0,4\pi}}$$

$$\sum M_O = 0 \rightarrow M + S_2 R - S_1 R = 0$$

$$M = (S_1 - S_2) R$$

$$M = 5150,81 \text{ Ncm}$$

$$\sum M_O = 0$$

$$\frac{S_1}{S_2} = e^{\mu \cdot \theta} = e^{0,4\pi}$$

$$S_2 =$$

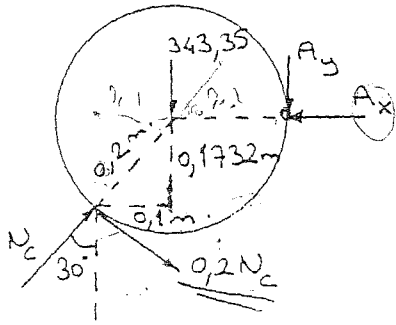
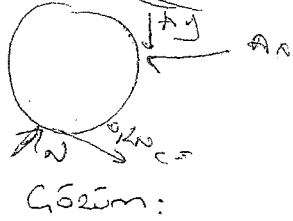
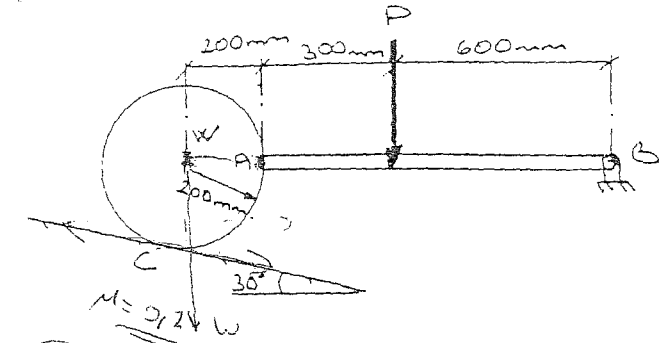
$$M = S_1 R - S_2 R$$

$$(S_1 - S_2) R$$

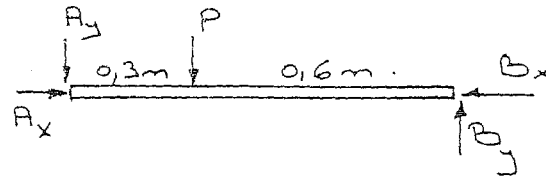
$$\frac{T_1}{T_2} = e^{\mu \cdot \theta} \quad T_1 \cdot R = P \cdot 6L$$

$$T_1 = 6P$$

$$T_1 > T_2$$



$W = 343,35 \text{ N}$. ağırlığındaki disk, 30° eğimli, $\mu = 0,2$ sürtülmeli eğik düzlemde temasta, A noktasından AB çubuğuna bağlıdır. Diskin kaymaması için çubuğa uygulanan P kuvvetinin maksimum değeri ne olmalıdır?



Disk için: $\sum M_A = 0 \rightarrow 343,35 \cdot 0,2 + 0,2 \cdot N_c \cdot \sin 30^\circ \cdot 0,3 + 0,2 N_c \cos 30^\circ \cdot 0,1732 - N_c \cos 30^\circ \cdot 0,2 = 0$

$N_c = 606,6 \text{ N}$.

$\sum y = 0 \rightarrow 606,6 \cdot \cos 30^\circ - 0,2 \sin 30^\circ - 343,35 - A_y = 0$

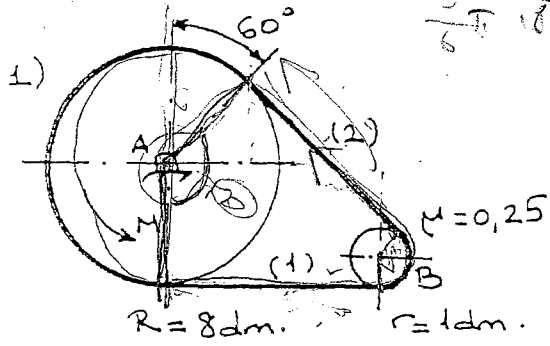
$A_y = 121,3 \text{ N}$.

Çubuk için: $\sum M_B = 0 \rightarrow 121,3 \cdot 0,3 - P \cdot 0,6 = 0$

$P = 182 \text{ N}$.

$$T_2 = 600$$

$$= e^{0,25 \cdot \frac{\pi}{3} \cdot 180} = e^{\frac{150\pi}{6}} = e^{\frac{150\pi}{6}}$$



Bir kayıp sistem bir elektrik motor ile üretilen bir M momentini A makarasından B makarasına iletmek için kullanılmaktadır. Verilen değerlere göre kayıpın dayandığı

maksimum çekme kuvveti 600 N. olduğuna göre iletilen max moment değerini bulunuz.

$$T_2 > T_1 \text{ olmalı,}$$

$$T_2 = 600 \text{ N. (max)}$$

$$\frac{T_2}{T_1} = e^{\mu \alpha}$$

$$T_1 = \frac{600}{e^{0,25 \frac{\pi}{3}}}$$

$$\alpha = 30^\circ + 30^\circ = 120^\circ$$

$$T_1 = 355,4 \text{ N.}$$

$$\sum M_A = 0 \rightarrow T_1 \cdot R + M = T_2 \cdot R$$

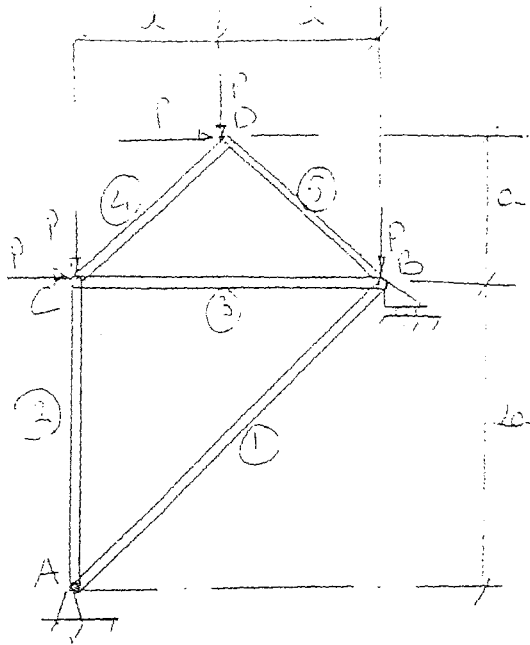
$$355,4 \cdot 8 + M = 600 \cdot 8$$

$$M = 1956,8 \text{ Ndm.}$$

$$\frac{T_2}{T_1} = e^{\mu \alpha}$$

$$T_1 \cdot R + M = T_2 \cdot R$$





şekilde görüldüğü gibi verilmiş olan dışlam kafes sistemindeki çubuk kuvvetlerini hesaplayınız. $P=2\text{ kN}$, $a=1\text{ m}$

Önce denge denklemlerinden manet tepkileri hesaplanır:

$$\sum x = 0 \rightarrow x_A = 4\text{ kN} \leftarrow$$

$$\sum y = 0 \rightarrow y_A + y_B = 6\text{ kN}$$

$$\sum M_A = 0 \rightarrow P \cdot 2a + P \cdot 3a + P \cdot a + P \cdot 2a = y_B \cdot 2a$$

$$4 + 6 + 2 + 4 = 2y_B \rightarrow y_B = 8\text{ kN} \uparrow$$

$$\rightarrow y_A = -2\text{ kN} \rightarrow y_A = 2\text{ kN} \downarrow$$

Çubuk kuvvetleri için her düğüm noktasında dikey ve yatay denge denklemlerini yazalım:

A-düğüm noktası: A

2 bir, 2 denek (S_1, S_2)

$$\sum x = 0$$

$$S_1 \cos 45^\circ - 4 = 0$$

$$S_1 = 5,65\text{ kN}$$

$$\sum y = 0$$

$$S_2 + S_1 \sin 45^\circ - 2 = 0$$

$$S_2 = -2\text{ kN}$$

C-düğüm noktası: C

$$\sum y = 0 \rightarrow 2 - 2 = S_4 \sin 45^\circ$$

$$S_4 = 0$$

$$\sum x = 0 \rightarrow S_3 + 2 = 0$$

$$S_3 = -2\text{ kN} \text{ (ba-)}$$

D-düğüm noktası:

$$\sum x = 0 \rightarrow 2 + S_5 \cos 45^\circ = 0$$

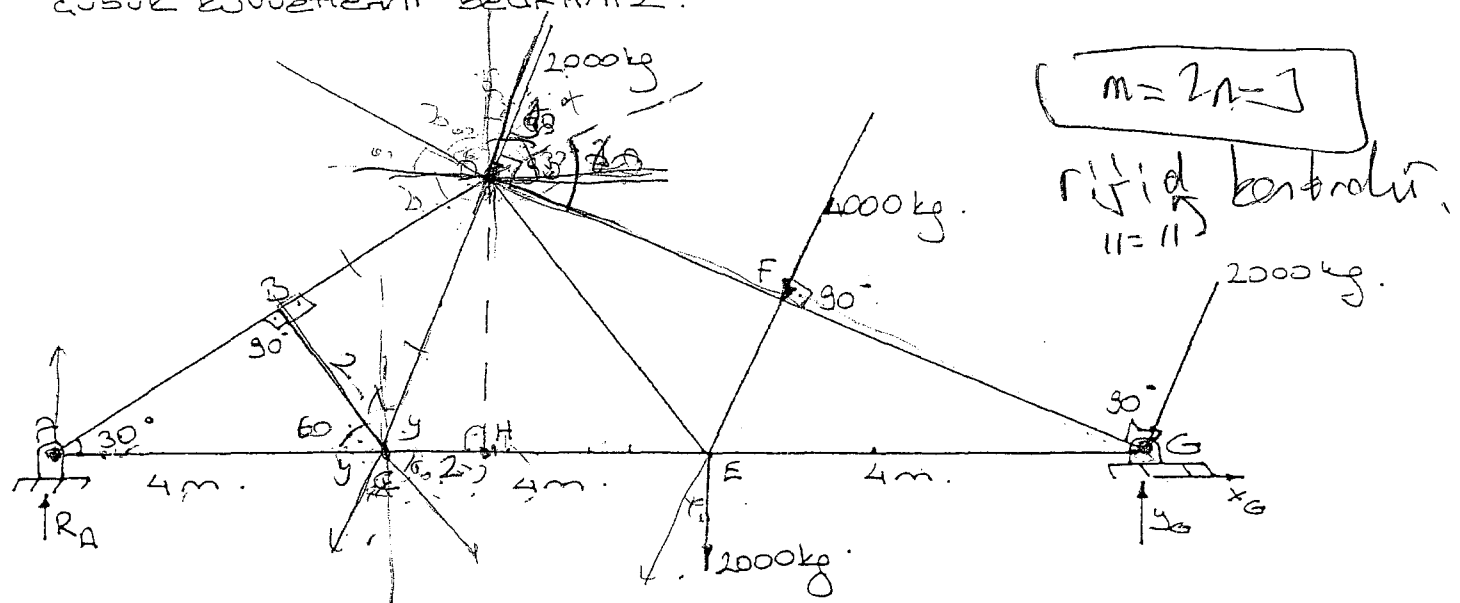
$$(ba-) S_5 = -2,85\text{ kN}$$

$$S_4 = 0 \text{ idi. } \sum y = 0 \rightarrow 2 = S_5 \sin 45^\circ$$

M-noktasında: $S_5 = 2,85$, $S_3 = 2$, $2 = P$

$$\sum x = 0 \rightarrow 2 - S_1 \cos 45^\circ + S_5 \cos 45^\circ + 2 = 5,65$$

Şekildeki kafes sisteminin BD, CD ve CE çubuklarındaki çubuk kuvvetlerini belirtiniz.



$$\sum M_G = 0 = 2000 \cdot 4 + 4000 \cdot 4 \cdot \cos 30^\circ + 2000 \cdot 8 \cdot \cos 30^\circ - R_A \cdot 12$$

$$R_A = 2980 \text{ kg} \quad \checkmark$$

$$\sum X = 0 = X_G - 8000 \cdot \sin 30^\circ$$

$$X_G = 4000 \text{ kg}$$

$$\sum Y = 0 \rightarrow R_A - 2000 + Y_G - 8000 \cos 30^\circ = 0$$

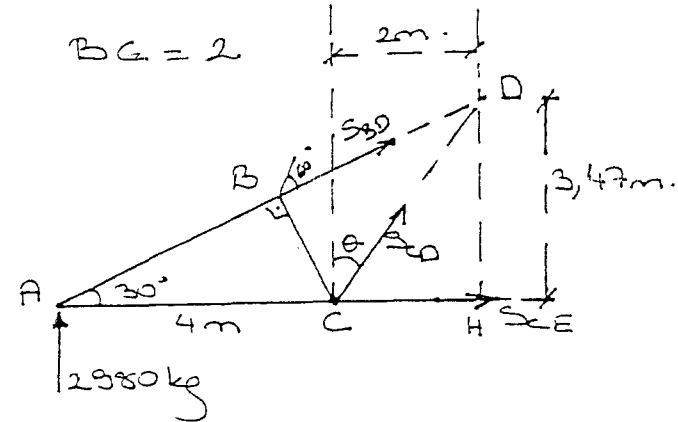
$$Y_G = 5959 \text{ kg}$$

$$BC = 4 \sin 30^\circ$$

$$BC = 2$$

$$\tan 30^\circ = \frac{DH}{6}$$

$$DH \approx 3,47$$



$$1) \sum M_C = 0$$

$$-S_B \cdot 2 - 2980 \cdot 4 = 0$$

$$2) \sum M_D = 0$$

$$-2980 \cdot 6 + S_{CE} \cdot 3,47 = 0$$

$$3) \sum Y = 0$$

$$2980 + S_{BD} \cdot \cos 60^\circ + S_{CD} \cdot \cos \theta = 0$$

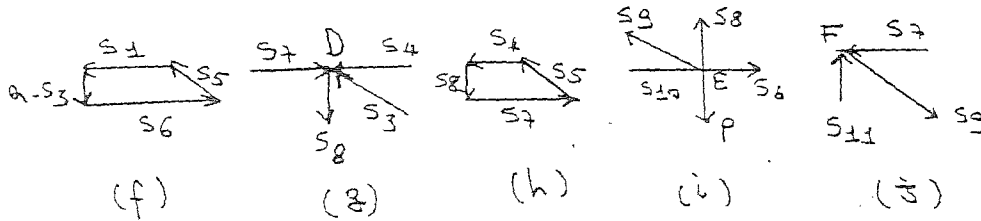
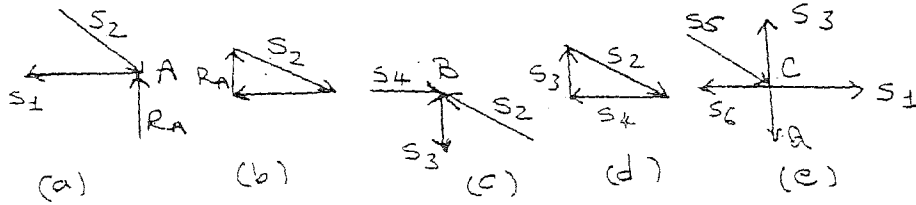
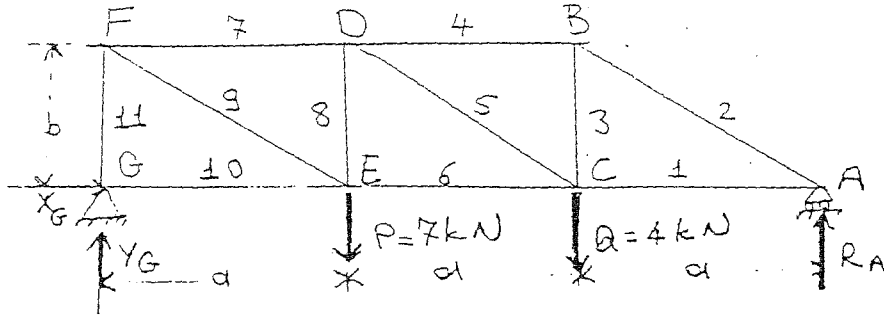
$$\tan \theta = \frac{2}{3,47} \rightarrow \cos \theta = 0,866$$

$$3) S_{CD} = 0$$

$$1) S_{BD} = -5960 \text{ kg (bası)}$$

$$2) S_{CE} = 5170 \text{ kg (çekil)}$$

şekilde verilen kafes sisteminin mesnet tepkilerini bulunuz ve sistemin analizini yapınız. Aynı bir şekil çizerek sonuçları çubuklarının üzerine yazınız.



Bütün Sistem için :

$$① \sum X = 0 \Rightarrow X_G = 0$$

$$② \sum Y = 0 \Rightarrow Y_G + R_G - 11 = 0$$

$$③ \sum M_G = 0 \Rightarrow 3a \cdot R_A - 7a - 8a = 0 \Rightarrow R_A = 5 \text{ kN}$$

(A) Düğümü : Şekil (b) yardımı ile , yönleri bulunuz :

$$\left. \begin{aligned} \sum X = 0 &\Rightarrow S_2 \cos \alpha - S_1 = 0 \\ \sum Y = 0 &\Rightarrow 5 - S_2 \sin \alpha = 0 \end{aligned} \right\} \begin{aligned} S_1 &= 5 \cot \alpha \text{ kN} \\ S_2 &= 5 \operatorname{cosec} \alpha \text{ kN} \end{aligned}$$

(B) Düğümü . Şekil (c)

$$\left. \begin{aligned} \sum X = 0 &\Rightarrow S_4 - S_2 \cos \alpha = 0 \\ \sum Y = 0 &\Rightarrow S_2 \sin \alpha - S_3 = 0 \end{aligned} \right\} \begin{aligned} S_3 &= 5 \text{ kN} \\ S_4 &= 5 \cot \alpha \text{ kN} \end{aligned}$$

1) Düğümü. Şekil (e)

$$\begin{aligned} \sum X = 0 &\Rightarrow S_1 - S_6 + S_5 \cos \alpha = 0 \\ \sum Y = 0 &\Rightarrow S_3 - 4 - S_5 \sin \alpha = 0 \end{aligned} \quad \left. \begin{aligned} S_5 &= 6 \operatorname{cosec} \alpha \text{ kN} \\ S_6 &= 6 \cot \alpha \text{ kN} \end{aligned} \right\}$$

2) Düğümü. Şekil (g)

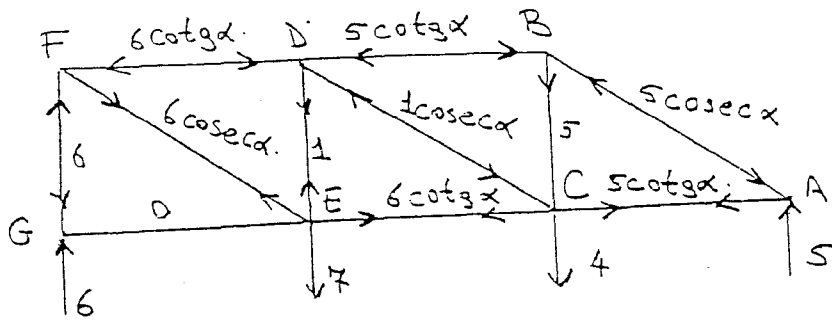
$$\begin{aligned} \sum X = 0 &\Rightarrow S_7 - S_4 - S_5 \cos \alpha = 0 \\ \sum Y = 0 &\Rightarrow S_5 \sin \alpha - S_3 = 0 \end{aligned} \quad \left. \begin{aligned} S_7 &= 6 \cot \alpha \text{ kN} \\ S_8 &= 1 \text{ kN} \end{aligned} \right\}$$

3) Düğümü. Şekil (i)

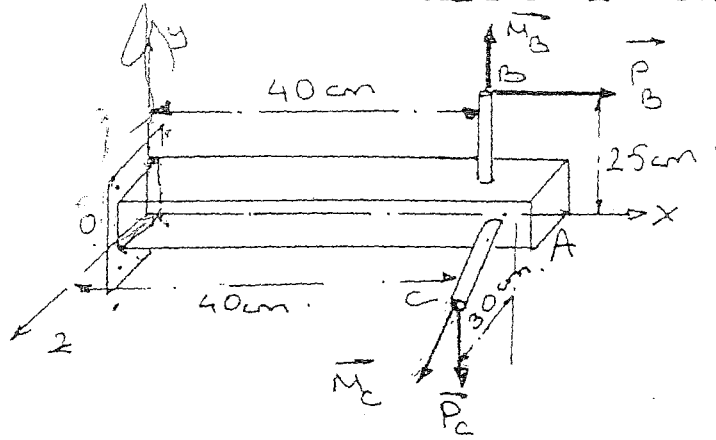
$$\begin{aligned} \sum X = 0 &\Rightarrow S_6 - S_9 \cos \alpha - S_{10} = 0 \\ \sum Y = 0 &\Rightarrow S_8 + S_9 \sin \alpha - 7 = 0 \end{aligned} \quad \left. \begin{aligned} S_9 &= 6 \operatorname{cosec} \alpha \text{ kN} \\ S_{10} &= 0 \end{aligned} \right\}$$

4) Düğümü. Şekil (j)

$$\sum Y = 0 \Rightarrow S_{11} - S_9 \sin \alpha = 0 \quad \left. \begin{aligned} S_{11} &= 6 \tan \alpha = 9 \text{ G} \end{aligned} \right\}$$



Şekildeki gibi kuvvet ve momentlerle yüklenmiş
 OABC cisminin O ^{ankastre} mesnetine yakın x eksenine dik
 kesitindeki kesit zorlanmalarını hesaplayın.



$$M_B = 500 \text{ Ncm}, M_B // oy$$

$$M_C = 300 \text{ Ncm}, M_C // oz$$

$$P_B = 15 \text{ N}, P_B // ox$$

$$P_C = 20 \text{ N}, P_C // oy$$

$$\vec{O}\vec{R} = 0, \vec{M}_O(s) = 0 \quad j \leftarrow$$

$$\vec{R}_O + \vec{P}_B + \vec{P}_C = 0$$

$$x_0\vec{i} + y_0\vec{j} + 15\vec{i} - 20\vec{j} = 0$$

$$\vec{R}_O = -15\vec{i} + 20\vec{j}$$

$$\vec{M}_O(s) = \vec{M}_O + \vec{M}_C + \vec{M}_B + \vec{OC} \wedge \vec{P}_C + \vec{OB} \wedge \vec{P}_B = 0$$

$$0 = \vec{M}_O + 300\vec{k} + 500\vec{j} + [(40\vec{i} + 30\vec{k}) \wedge (-20\vec{j})] + [(40\vec{i} + 25\vec{j}) \wedge (15\vec{i})]$$

$$\vec{M}_O = -300\vec{k} - 500\vec{j} + 800\vec{k} - 600\vec{i} + 375\vec{k}$$

$$\vec{M}_O = -600\vec{i} - 500\vec{j} + 875\vec{k}$$

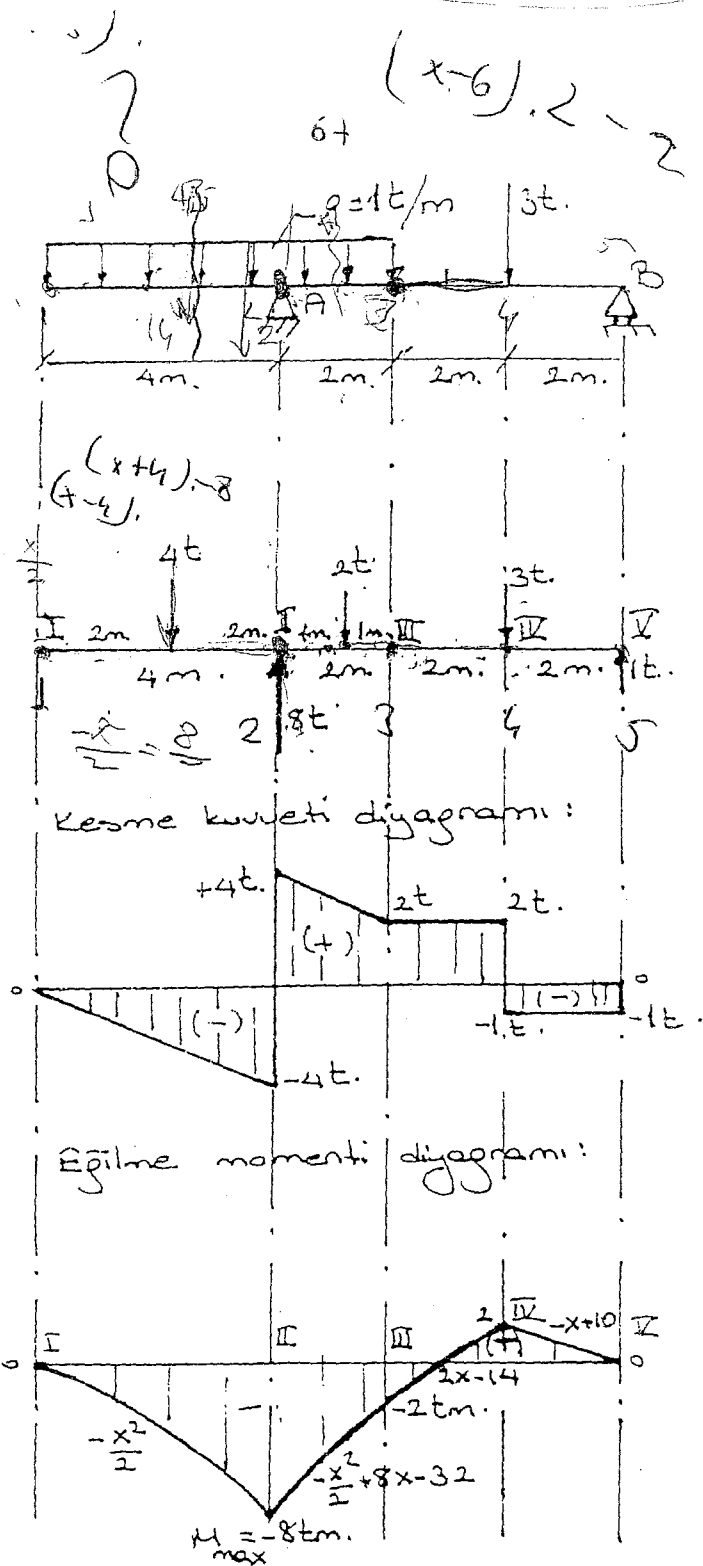
Normal kuvvet = -15 N.

Kesme kuvveti = 20 N.

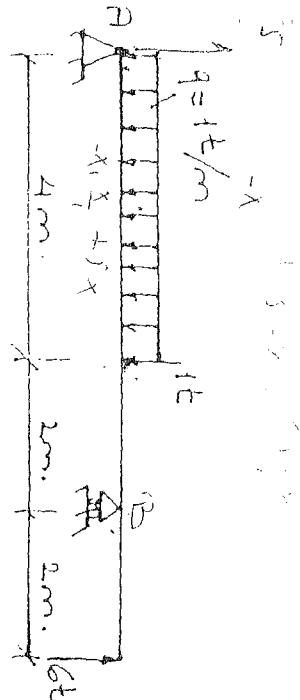
Buulma momenti = -600 Ncm.

Eğilme momenti = -500j + 875k

" " = 100.8 Ncm.



$$-2 + (x-6) \cdot 2 =$$



Görüm:

$$Q = 0 \quad M = (x-4) \cdot 1 - \frac{x^2}{2} + Cx$$

Şekilde gösterilen birinin kesme kuvveti ve eğilme momenti diagramlarını analitik olarak çiziniz. En büyük eğilme momenti bulunuz.

$$\sum M_B = 0$$

$$A_y \cdot 6 - 4 \cdot 4 - 1 \cdot 2 - 6 \cdot 2 = 0 \rightarrow A_y = 5t$$

$$\sum M_A = 0$$

$$4 \cdot 2 + 1 \cdot 4 - B_y \cdot 6 - 6 \cdot 8 = 0 \rightarrow B_y = -6t$$

$$\text{I}' \text{ de: } x = 0$$

$$Q = 5t$$

$$M = 0$$

$$\text{I-II arası: } 0 < x < 4m$$

$$Q = 5 - 1x$$

$$Q = -x + 5$$

$$M = 5x - x \cdot \frac{x}{2}$$

$$M = -\frac{x^2}{2} + 5x$$

$$\text{II}' \text{ de: } x = 4m$$

$$Q = -4 + 5 = 1t \cdot 8.0$$

$$M = -\frac{4^2}{2} + 5 \cdot 4$$

$$Q = 1 + (-1) = 0t \cdot 8.5$$

$$M = 12t \cdot m$$

$$\text{II-III arası: } 4m < x < 6m$$

$$Q = 5 - 4 - 1 = 0t$$

$$M = 5x - 4(x-2) - 1(x-4)$$

$$M = 12t \cdot m$$

$$\text{III}' \text{ de: } x = 6m$$

$$Q = 0 \cdot 8.0$$

$$M = 12t \cdot m$$

$$Q = 0 + (-6) = -6t \cdot 8.5$$

$$\text{III-IV arası: } 6m < x < 8m$$

$$Q = 5 - 4 - 1 - 6$$

$$M = 5x - 4(x-2) - 1(x-4) - 6(x-6)$$

$$Q = -6t$$

$$M = -6x + 48$$

$$\text{IV}' \text{ de: } x = 8m$$

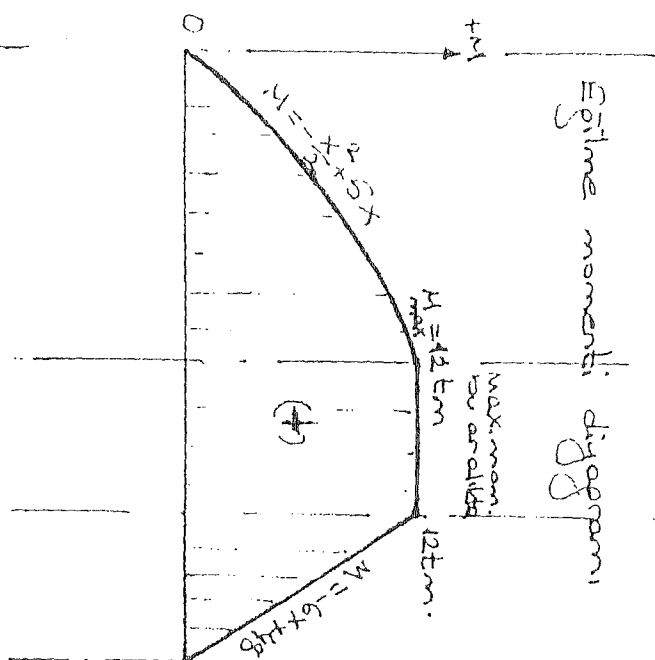
$$Q = -6t$$

$$M = -6 \cdot 8 + 48 = 0$$

$$M = -\frac{x^2}{2} + 5x \rightarrow M' = -x + 5 = 0 \rightarrow x = 5m$$

E.M.D. simetrik çizilebilir.

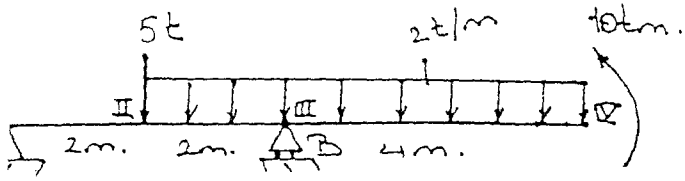
Çünkü pozitif eğilme var, aşağı doğru eğim. Fakat fakat alanda eğim bu durum belirtilmiş.



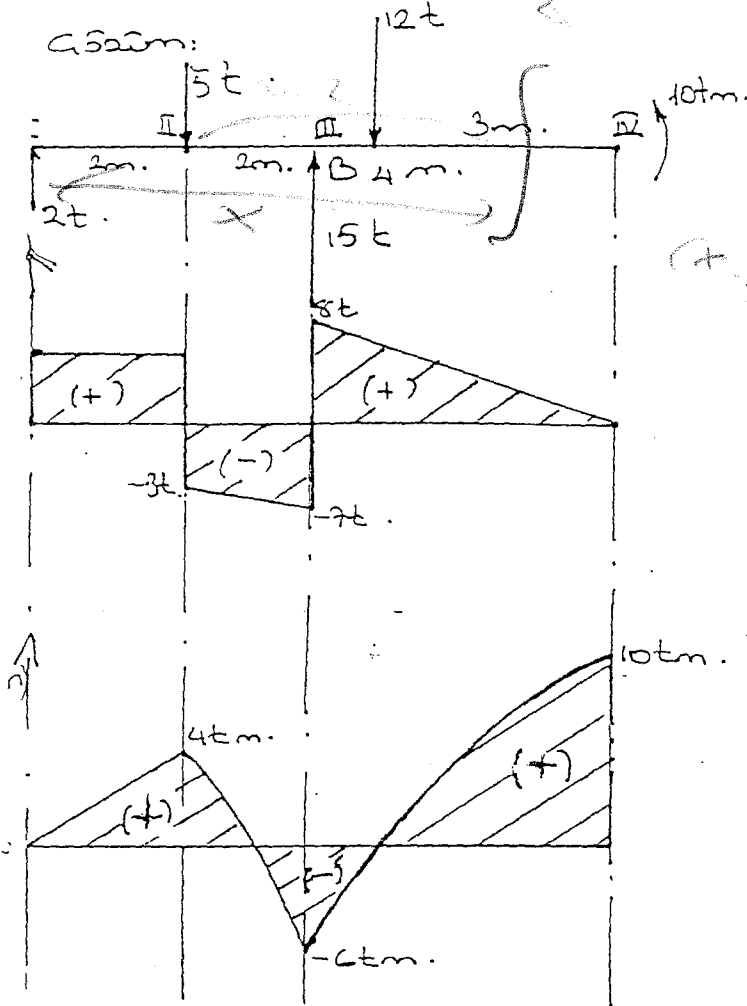
Eğilme momenti diagramı

max. mom. bu aralıktadır

(+)



$$2(x-3)(x-2)$$



Şekilde görülen kirişin kesme kuvveti ve eğilme momenti diyagramlarını analitik olarak bulunuz, çiziniz. En büyük eğilme momentinin yerini ve büyüklüğünü belirleyiniz.

$$\sum M_A = 0$$

$$5 \cdot 2 - 4 \cdot B_y + 5 \cdot 12 - 10 = 0 \quad B_y = 15t$$

$$\sum M_B = 0$$

$$A_y \cdot 4 - 5 \cdot 2 + 12 \cdot 1 - 10 = 0 \quad A_y = 2t$$

$$I'de : x = 0$$

$$Q = 2t$$

$$M = 0$$

$$I-II \text{ arası : } 0 < x < 2m$$

$$Q = 2t$$

$$M = 2x$$

$$II'de x = 2m$$

$$Q = 2t \text{ (B.Ö.)}$$

$$M = 4tm$$

$$Q = -3t \text{ (B.S.)}$$

$$II-III \text{ arası : } 2m < x < 4m$$

$$Q = -3 - 2(x-2)$$

$$M = 2x - 5(x-2) - \frac{2(x-2)^2}{2}$$

$$Q = -2x + 1$$

$$M = -x^2 + x + 6$$

$$III'de : x = 4m$$

$$Q = -7t \text{ (B.Ö.)}$$

$$M = -16 + 4 + 6$$

$$Q = 8t \text{ (B.S.)}$$

$$M = -6tm$$

$$III-IV \text{ arası : } 4 < x < 8m$$

$$Q = -2x + 1 + 15$$

$$M = 2x - 5(x-2) + 15(x-4)$$

$$Q = -2x + 16$$

$$M = -x^2 + 16x - 54$$

$$IV'de : x = 8m$$

$$Q = 0$$

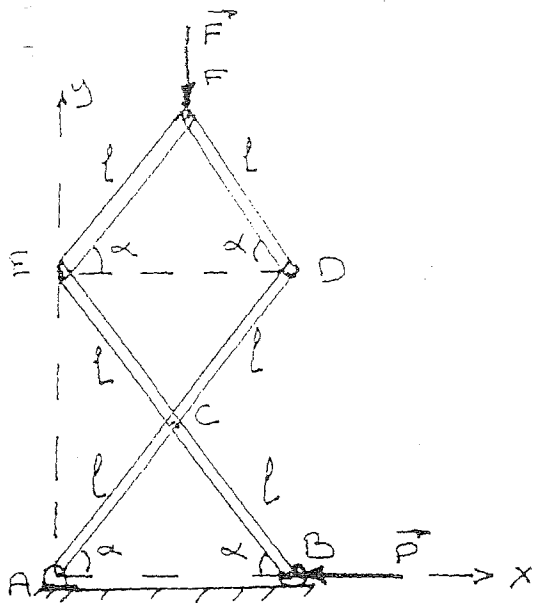
$$M = 10 \text{ (B.Ö.)}$$

$$M = 0 \text{ (B.S.)}$$

$$M = -x^2 + 16x - 54$$

$$M' = -2x + 16 = 0 \rightarrow x = 8m$$

$$M_{max} = -8^2 + 16 \cdot 8 - 54 = 10tm$$



Virtüel is prinsibine göre P kuvvetinin değeri F ve α 'nın fonksiyonu olarak ifade ediniz.

$$\vec{R}_{Fy} = 2l \sin \alpha + l \sin \alpha = 3l \sin \alpha$$

$$d\vec{R}_{Fy} = 3l \cos \alpha d\alpha \vec{j}, \quad \vec{F} = -F \vec{j}$$

$$\vec{R}_{Bx} = 2l \cos \alpha$$

$$d\vec{R}_{Bx} = -2l \sin \alpha d\alpha \vec{i}, \quad \vec{P} = -P \vec{i}$$

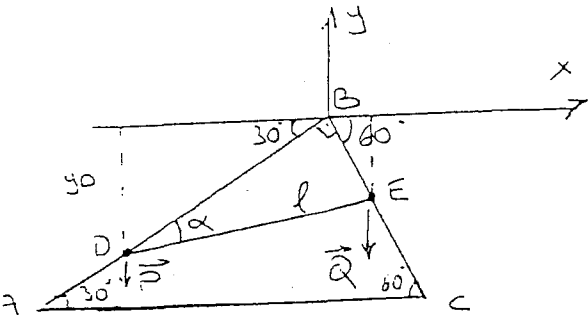
$$\delta U = \vec{F} \cdot d\vec{R}_{Fy} + \vec{P} \cdot d\vec{R}_{Bx} = 0$$

$$(-F \vec{j}) \cdot (3l \cos \alpha d\alpha \vec{j}) + (-P \vec{i}) \cdot (-2l \sin \alpha d\alpha \vec{i}) = 0$$

$$-3F l \cos \alpha d\alpha + 2P l \sin \alpha d\alpha = 0$$

$$P = \frac{3F \cos \alpha}{2 \sin \alpha}$$

$$P = \frac{3}{2} F \cot \alpha$$



Ağırlıkları P ve Q olan iki küre AB ve BC telleri üzerinde sürtünmesiz olarak kayabilmektedir. Birbirlerine eğilebilen fakat uzamayan bir $DE=l$ ipi ile

şekildeki gibi bağlanmıştır. İpin AB ile yaptığı α açısı ile tanımlanan denge konumunu belirtiniz. Tellerin eğimi şekilde verilmiştir.

$$\vec{P} = P \vec{j} \quad , \quad \vec{y}_D = \overbrace{l \cos \alpha \cdot \sin 30^\circ}^{OB} \vec{j} \quad , \quad d\vec{y}_D = -\frac{l}{2} \sin \alpha d\alpha \vec{j}$$

$$\vec{Q} = Q \vec{j} \quad , \quad \vec{y}_E = \underbrace{l \sin \alpha \cdot \sin 60^\circ}_{BE} \vec{j} \quad , \quad d\vec{y}_E = \frac{\sqrt{3}}{2} l \cos \alpha d\alpha \vec{j}$$

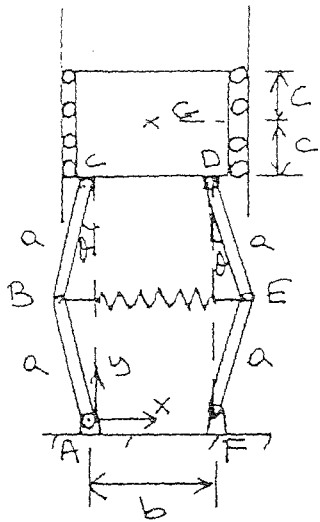
$$dZ = \vec{P} \cdot d\vec{y}_D + \vec{Q} \cdot d\vec{y}_E = 0$$

$$-\frac{P \cancel{l}}{2} \sin \alpha d\alpha + \frac{Q \sqrt{3}}{2} \cancel{l} \cos \alpha d\alpha = 0$$

$$-\frac{P}{2} \sin \alpha + \frac{Q \sqrt{3}}{2} \cos \alpha = 0$$

$$\frac{P}{2} \tan \alpha = \frac{Q \sqrt{3}}{2}$$

$$\tan \alpha = \frac{Q}{P} \sqrt{3}$$



Şekildeki sistemde $\theta=0$ iken yay doğal uzunluğundadır. Denge konumunu belirleyen θ açısını virtüel iş teoreminden yararlanarak bulunuz.

$$\theta = \theta(t)$$

$\{\vec{W}_G, \vec{F}_B, \vec{F}_E\} \equiv$ Sisteme etkieden aktif kuvvetler

$\vec{W}_G$: Cismin ağırlığı

$\vec{F}_B$: Yayın uyguladığı kuvvet

$\vec{F}_E$: " " "

$$\vec{W}_G = -mg\vec{j}$$

$$\vec{F}_B = +F_i\vec{i} = kx\vec{i} = ka\sin\theta\vec{i} \quad \vec{F}_B \text{ B } x \text{ yönünde}$$

$$\vec{F}_E = -F_i\vec{i} = -kx\vec{i} = -ka\sin\theta\vec{i} \quad \vec{F}_E \text{ E } x \text{ yönünde}$$

$$\vec{r}_G = (c + 2a\cos\theta)\vec{j}, \quad d\vec{r}_G = -2a\sin\theta\vec{j}.d\theta$$

$$\vec{r}_B = -a\sin\theta\vec{i}, \quad d\vec{r}_B = -a\cos\theta\vec{i}.d\theta$$

$$\vec{r}_E = (b + a\sin\theta)\vec{i}, \quad d\vec{r}_E = a\cos\theta\vec{i}.d\theta$$

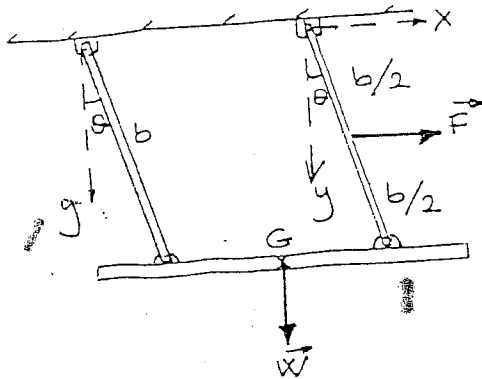
$$\text{Virtüel iş teoremi : } \vec{W}_G \cdot d\vec{r}_G + \vec{F}_B \cdot d\vec{r}_B + \vec{F}_E \cdot d\vec{r}_E = 0$$

$$(-mg\vec{j}) \cdot (-2a\sin\theta\vec{j}.d\theta) + (ka\sin\theta\vec{i}) \cdot (-a\cos\theta\vec{i}.d\theta) + (-ka\sin\theta\vec{i}) \cdot (a\cos\theta\vec{i}.d\theta) = 0$$

$$(2mg\sin\theta - ka^2\sin\theta\cos\theta - ka^2\sin\theta\cos\theta).d\theta = 0$$

$$2mg\sin\theta = 2ka^2\sin\theta\cos\theta$$

$$mg = ka\cos\theta \rightarrow \cos\theta = \frac{mg}{ka}$$



Şekildeki sistemde denge konumunu tanımlayan θ açısını virtüel iş teoreminden yararlanarak belirleyiniz.

$$\vec{W} = W \vec{j}, \quad \vec{r}_G = b \cos \theta \vec{j}, \quad d\vec{r}_G = -b \sin \theta d\theta \vec{j}$$

$$\vec{F} = F \vec{i}, \quad \vec{r}_F = \frac{b}{2} \sin \theta \vec{i}, \quad d\vec{r}_F = \frac{b}{2} \cos \theta d\theta \vec{i}$$

$$\vec{W} \cdot d\vec{r}_G + \vec{F} \cdot d\vec{r}_F = 0$$

$$(W \vec{j}) \cdot (-b \sin \theta d\theta \vec{j}) + (F \vec{i}) \cdot \left(\frac{b}{2} \cos \theta d\theta \vec{i} \right) = 0$$

$$\tan \theta = \frac{F}{2W}$$