

MATEMATİK Sınıf-12



OGM
MATERYAL
ORTAÖĞRETİM GENEL MÜDÜRLÜĞÜ

KONU ÜSTEL FONKSİYON

Üstel Fonksiyon:

$a \in \mathbb{R}^+ - \{1\}$ olmak üzere $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+$; $f(x) = a^x$ fonksiyonuna, tabanı "a" olan üstel fonksiyon denir. x bağımsız değişkendir. Üstel fonksiyonlar bütün reel sayılar için tanımlıdır. Fakat görüntü kümeleri pozitif reel sayılardır.

$f(x) = a^x$ fonksiyonu $a < 0$ için tanımsızdır.

Bilgi:

Üstel fonksiyonlar; nüfus artışı, yatırım büyümesi, bakteri popülasyonu, fosil yaşı, deprem şiddeti vb. hesaplamalarında kullanılır.

Örneğin:

$f(x) = 2^x$ üstel fonksiyonunu ele alalım. Bu fonksiyonun tabanı 2 dir. $f(x) = 2^x$ fonksiyonunun değerlerinin ne kadar hızlı arttığına dikkat edelim.

$$f(1) = 2^1 = 2$$

$$f(2) = 2^2 = 4$$

$$f(3) = 2^3 = 8$$

.....

$$f(10) = 2^{10} = 1024$$

.....

$$f(20) = 2^{20} = 1048576$$

Bu fonksiyonu, $g(x) = x^2$ fonksiyonu ile karşılaştıralım.

$g(x) = x^2 \Rightarrow g(20) = 20^2 = 400$ olur. Bu sayının $f(20)$ değerine göre çok daha küçük olduğunu görmekteyiz.

Bu da şunu gösterir: Bir değişken üs olduğunda, üsteki küçük bir değişiklik fonksiyonun değerinde belirgin bir farklılığa neden olmaktadır.

ÖRNEK SORULAR

SORU 1:

Aşağıdakilerden hangisi üstel bir fonksiyondur?

A) $f(x) = x^2$ B) $f(x) = \frac{3}{x}$ C) $f(x) = (-3)^x$

D) $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^{x+5}$ E) $f(x) = \left(\frac{x}{x-2}\right)^x$

CEVAP: D

SORU 2:

$f(x) = 5^{-x+1}$ olduğuna göre $\frac{f(x+2)}{f(x-1)}$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) 1 B) $\frac{1}{5}$ C) $\frac{1}{25}$ D) $\frac{1}{125}$ E) $\frac{1}{625}$

CEVAP: C

SORU 3:

Tanımlı olduğu değerler için

$f(x \cdot y) = f(x) + f(y)$ ve $f(2) = 1$ olduğuna göre $f(256)$ değeri kaçtır?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

CEVAP: E

SORU 4:

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+$, $f(x) = (7m - 14)^x$ fonksiyonu, bir üstel fonksiyon olduğuna göre m nin en geniş değer aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(2, \infty) - \left\{\frac{15}{7}\right\}$ B) $(2, \infty)$ C) $(-\infty, 2)$
D) $\left(\frac{15}{7}, \infty\right)$ E) $\left(2, \frac{15}{7}\right)$

CEVAP: A

SORU 5:

$n \in \mathbb{Z}^+$ olmak üzere $f(x) = 8^{(x-1)}$ ve $f(1) \cdot f(2) \cdot f(3) \cdot \dots \cdot f(n) = 8^{2n}$ olduğuna göre n değeri kaçtır?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

CEVAP: C

SORU 6:

2004 yılında Funda'nın bir bankada 4000 TL parası vardır.

Paranın yıllık artış oranı % 10 olduğuna göre 2016 yılında Funda'nın bankada yaklaşık kaç TL parası olur?

A) 12 400 B) 12 450 C) 12 554 D) 12 652 E) 14 000

CEVAP: C

SORU 7:

Bir bakteri türü her saat sonunda 4 katına çıkmaktadır.

Başlangıçtaki bakteri sayısı 200 olduğuna göre 10 saat sonra bu bakteri türünün sayısı kaç olur?

A) 209 715 200 B) 2 120 000 C) 315 125 375
D) 325 225 475 E) 416 732 025

CEVAP: A

SORU 8:

Nüfusu 200 000 olan bir ilin nüfus artış yüzdesi ortalama % 1 olarak belirlenmiştir.

8 yıl sonra bu ilin nüfusu yaklaşık kaç olur?

A) 215 325 B) 216 571 C) 219 000
D) 220 224 E) 275 782

CEVAP: B